

## 第 2 讲：均衡与效率

范翻

中国财政发展协同创新中心



# 中国财政发展协同创新中心

— Center for China Fiscal Development —

- 1 交换经济
- 2 生产与交换
- 3 竞争性效率
- 4 一揽子税

## 假设

- 经济体中存在两个消费者  $h = 1, 2$  和两种商品  $i = 1, 2$ ;
- 每个消费者对每种商品都拥有一个初始存量，或禀赋 (endowment)，分别为  $w^h = (w_1^h, w_2^h)$ ;
- 消费者的效用函数分别为  $U^h = U^h(x_1^h, x_2^h)$ ，其中  $(x_1^h, x_2^h)$  是指消费者  $h$  对两种商品的消费；

# 约束条件

- 在价格水平  $(p_1, p_2)$  下, 消费者  $h$  的消费计划  $(x_1^h, x_2^h)$  必须满足:

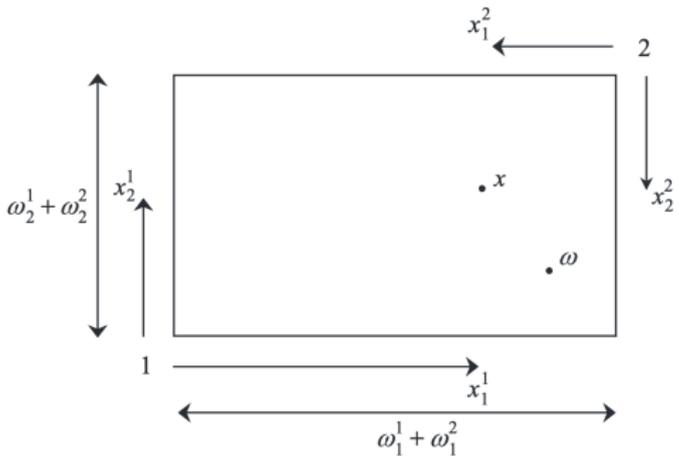
$$p_1 x_1^h + p_2 x_2^h = p_1 w_1^h + p_2 w_2^h$$

- 与此同时, 对于商品  $i = 1, 2$  而言, 必须满足两个消费者的消费量之和等于禀赋之和:

$$x_i^1 + x_i^2 = w_i^1 + w_i^2, i = 1, 2$$

# 埃奇沃思盒

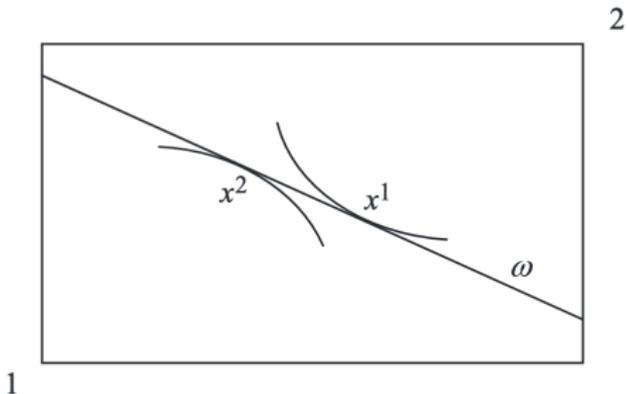
- 两条边分别代表交换经济中两种商品的初始资源禀赋之和；
- 每个点代表着两个消费者的某种初始禀赋水平。



**Figure 2.1**  
Typical Edgeworth box

# 偏好与需求

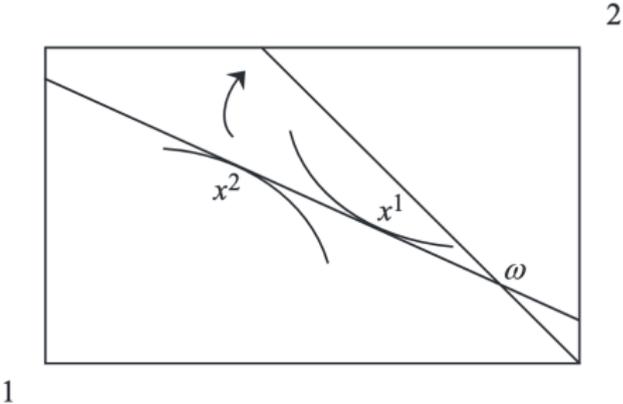
- 消费者的无差异曲线所有组成相同效用水平的商品组合，理性偏好的无差异曲线凹向原点；
- 预算约束线是在相对价格水平确定的情况下，经过初始禀赋水平的直线。



**Figure 2.2**  
Preferences and demand

# 相对价格变化

假设通过价格调整可以使经济达到均衡 (equilibrium), 那么在均衡时供给等于需求, 此时的价格被称为均衡价格 (equilibrium price)。

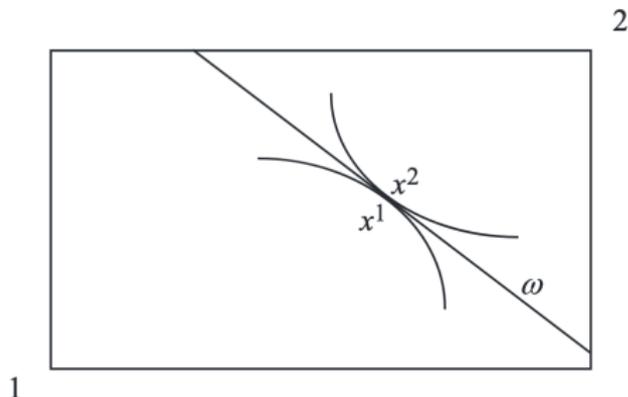


**Figure 2.3**  
Relative price change

# 均衡和均衡价格

运用需求函数，实现供给等于需求均衡价格必须满足：

$$x_i^1(p_1, p_2) + x_i^2(p_1, p_2) = w_i^1 + w_i^2, i = 1, 2$$



**Figure 2.4**  
Equilibrium

## 相对价格与超额需求

- 在满足理性偏好的情况下，消费者需求函数必然是零次齐次的 (homogeneous of degree 0)。因此，只能确定均衡价格比率/相对价格水平，通常会选择其中一种商品作为计价物，把该种商品的价格固定为 1。
- 定义对商品  $i$  的超额需求 (excess demand) 等于需求与供给之差，即  $Z_i = (x_i^1 + x_i^2) - (w_i^1 + w_i^2)$ 。因此，超额需求的价值为：

$$\begin{aligned}
 p_1 Z_1 + p_2 Z_2 &= \sum_{i=1}^2 p_i [x_i^1 + x_i^2 - w_i^1 - w_i^2] \\
 &= \sum_{h=1}^2 [p_1 x_1^h + p_2 x_2^h - p_1 w_1^h - p_2 w_2^h] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

## 例题

令两个消费者偏好可以用以下效用函数表示：

$$U^h = \ln(x_1^h) + \ln(x_2^h) \quad h = 1, 2$$

每个消费者的禀赋如下：

	商品 1	商品 2
消费者 1	3	2
消费者 2	2	3

- 计算消费者的需求函数；
- 选择商品 2 作为计价物，找出商品 1 的价格，然后找出均衡的消费水平；

- 1 交换经济
- 2 生产与交换
- 3 竞争性效率
- 4 一揽子税

## 阿罗-德布鲁经济

阿罗-德布鲁经济是一个包含生产和交换的经济体，由消费者（或家庭）和生产者（或企业）组成。

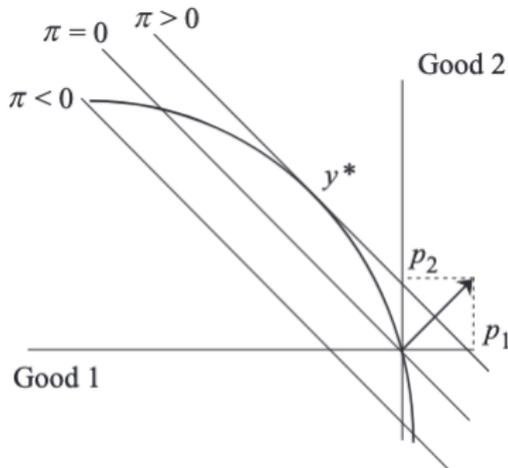
- 消费者用偏好和初始禀赋来刻画，初始禀赋可以是劳动力、中间品或消费品；
- 消费者拥有企业，并通过出售初始禀赋（如劳动时间）和企业分红来获得收入；
- 每家企业拥有一个可行的生产技术，将生产要素（劳动力、中间品）生产产品，以实现利润最大化。

## 生产技术/生产集

生产集刻画了企业可行的生产技术，企业将投入品以一定方式转化为产品。其中，投入品用负数表示，产出用正数表示。

在竞争性假设下，企业将商品价格  $p_1, p_2$  视作给定。在给定价格下可以构建企业的等利润曲线 (*isoprofit curves*)，它刻画了所有能够产生相同利润的生产计划。其中，利润为零的等利润曲线一定经过原点。

# 利润最大化



**Figure 2.7**  
Profit maximization

价格对等利润线的影响：

- 价格向量与等利润线正交，且取决于两种商品的相对价格水平；
- 相对价格  $p_1/p_2$  的变化会改变等利润线的斜率；
- 如果投入品价格相对产品提高，那么价格向量会变得更加平坦，而等利润曲线将变得更加陡峭。最优选择将沿着生产集的边界向原点移动，投入和产出都将随之下降。

# 一般均衡

现在考虑一个有  $n$  种商品的经济，商品  $i$  的价格记为  $p_i$ ：

- 有  $m$  家企业从事生产，每家企业都使用投入品来生产产品以实现利润最大化追求；
- 需求来自经济中的  $H$  个消费者，他们追求效用最大化；
- 每种商品的总供应等于所有企业产出的总量加上消费者所拥有的初始禀赋。

## 生产者供给

每家企业选择生产计划  $y^j = (y_1^j, \dots, y_n^j)$ ，该生产计划在生产集约束下使得企业实现利润最大化。因此，

- 企业  $j$  对第  $i$  种商品的供给函数为  $y_i^j = y_i^j(p)$ ，其中  $p = (p_1, \dots, p_n)$ ；
- 企业  $j$  的利润水平  $\pi^j = \sum_{i=1}^n p_i y_i^j(p) = \pi^j(p)$  也取决于价格。

加总所有企业的供给决策可以得到生产部门的总供给：

$$Y_i(p) = \sum_{i=1}^n y_i^j(p)$$

# 消费者需求

假设消费者  $h$  的初始禀赋为  $w^h$ ，拥有企业  $j$  的股份为  $\theta_j^h$  ( $\sum_{h=1}^H \theta_j^h = 1$ ，即企业股份加总为 1)。消费者收入来自于售卖自身禀赋和企业分红，因此其预算约束为：

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i^h = \sum_{i=1}^n p_i w_i^h + \sum_{j=1}^m \theta_j^h \pi_j$$

最大化消费者效用可以得到消费者  $h$  对商品  $i$  的需求函数  $x_i^h = x_i^h(p)$ ，加总所有消费者的需求可以得到市场总需求  $X_i(p) = \sum_{h=1}^H x_i^h(p)$ 。

## 均衡

定义商品  $i$  的超额需求  $Z_i(p)$  如下:

$$Z_i(p) = X_i(p) - Y_i(p) - \sum_{h=1}^H w_i^h$$

对所有商品  $i = 1, \dots, n$ , 当  $Z_i(p) = 0$  时达到均衡。

- 可以证明在很弱的条件下一定存在均衡;
- 需求和供给只取决于相对价格。

- ① 交换经济
- ② 生产与交换
- ③ 竞争性效率
- ④ 一揽子税

## 最优结果与次优结果

- 最优 (first-best) 结果是指在只考虑生产技术和有限禀赋这两个约束条件时决策者的选择所达成的结果，即一个能够完全控制资源的全能计划者所做出的选择；
- 次优 (second-best) 结果是指在考虑生产技术和有限禀赋之外的约束条件时决策者选择所能达成的结果，这些约束包括不完全竞争、不完美信息、再分配限制等。

## 单个消费者

鲁滨逊·克鲁索经济 (Robinson Crusoe economy): 鲁滨逊同时扮演生产者和消费者两种角色, 或者将鲁滨逊视作是可以同时协调企业与消费者行为的社会计划者; - 在两商品情形下, 消费者预算约束需要满足

$$p_1[x_1 - w_1] + p_2[x_2 - w_2] = \pi$$

或

$$p_1\tilde{x}_1 + p_2\tilde{x}_2 = \pi$$

其中  $\tilde{x}_i$  是商品  $i$  的净消费 (net consumption), 即消费量相对于初始禀赋的变化。

# 图形表示

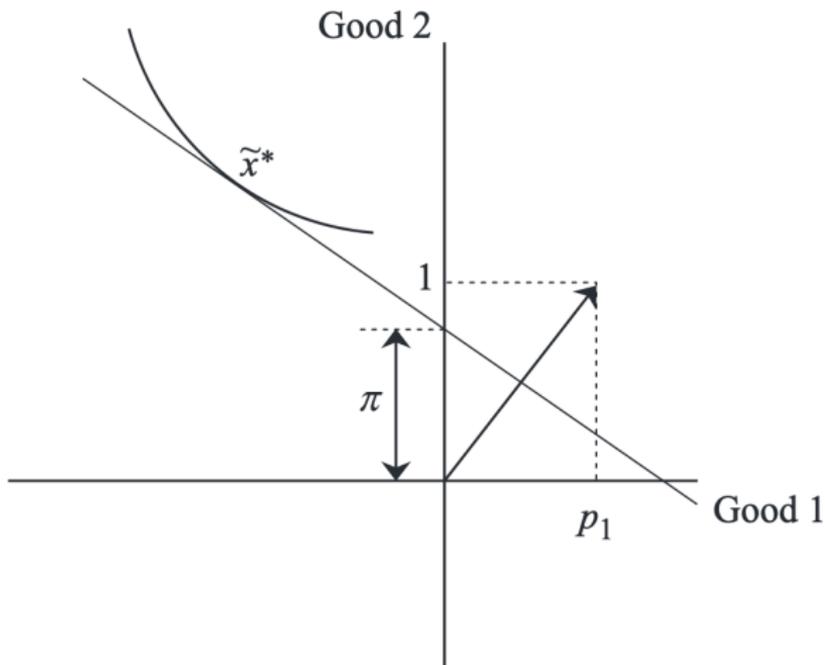
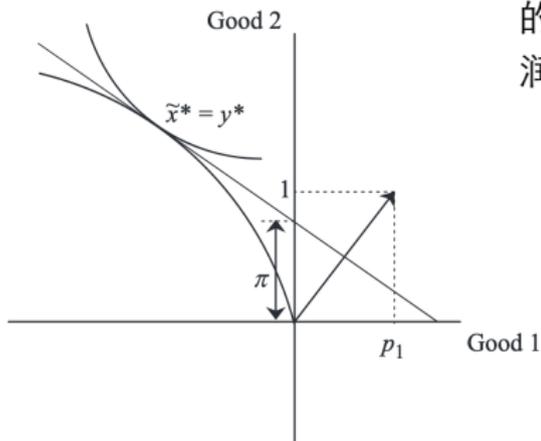


Figure 2.8

# 均衡



**Figure 2.9**  
Efficient equilibrium

在均衡中，消费者的净消费计划必须与企业的供给相等，消费者预算约束线与企业等利润曲线重叠；

- 不可能再找到一个用更少的投入获得相同产出的生产计划；
- 不可能在预算约束下找到一个更高的效用水平。

## 均衡条件

- 边际替代率 (marginal rate of substitution) 是指两种商品边际效用之比, 在图形中为无差异曲线的斜率, 度量了保持效用水平不变的前提下一单位商品 1 可以替代商品 2 的数量

$$MRS_{1,2} = U_1/U_2$$

- 边际转换率 (marginal rate of transformation) 记作  $MRT_{1,2}$ , 是指企业在生产两种产品的情况下, 每增加一个单位的这种产品, 会使另一种产品的产量减少多少, 度量了在保持生产技术不变的前提下减少一单位商品 1 可以增加的商品 2 的数量。
- 均衡时满足

$$MRS_{1,2} = MRT_{1,2} = \frac{p_1}{p_2}$$

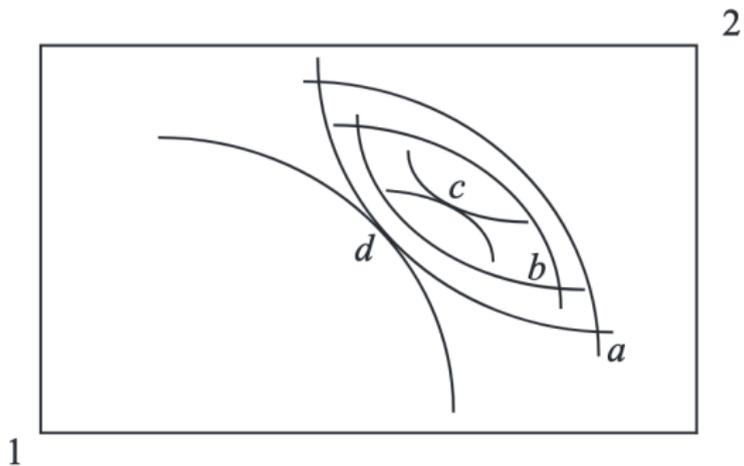
# 帕累托有效

定义 1: 我们称一个可行消费配置  $\hat{x}$  是帕累托有效的, 如果不存在另一个可行消费计划  $\bar{x}$  满足:

- 对所有消费者而言, 配置  $\bar{x}$  至少不比  $\hat{x}$  差;
- 配置  $\bar{x}$  至少给一个以消费者带来比配置  $\hat{x}$  更高的效用。

思考: 在两个小孩之间分一盒巧克力。盒子中有 10 颗牛奶巧克力和 10 颗原味巧克力, 没有一个孩子喜欢原味的。描述一个帕累托有效的配置。

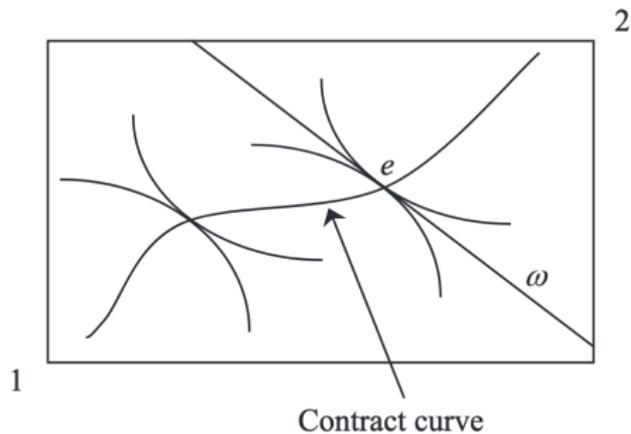
# 交换经济的效率



**Figure 2.11**  
Pareto-efficiency

## 福利经济学第一定理

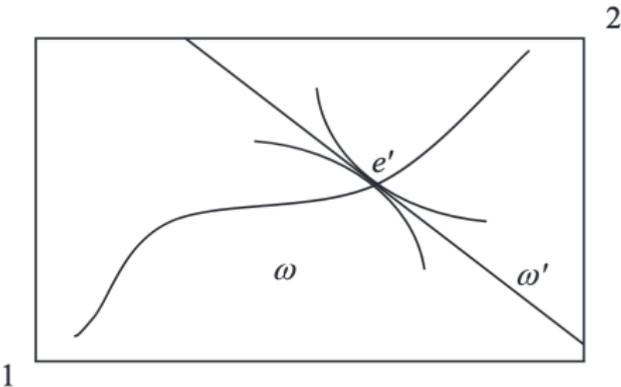
定理 1（福利经济学第一定理）竞争性均衡的商品配置是帕累托有效的。



**Figure 2.12**  
The First Theorem

# 福利经济学第二定理

定理 2 (福利经济学第二定理) 如果消费者偏好是凸的, 那么任意帕累托有效配置都可以是竞争性均衡。



**Figure 2.13**  
The Second Theorem

## 扩展到生产

- 消费有效性 (efficiency in consumption): 每个消费者都实现效用最大化, 即任意两种商品的边际替代率等于均衡价格比;

$$MRS_{i,j}^h = p_i/p_j = MRS_{i,j}^{h'}$$

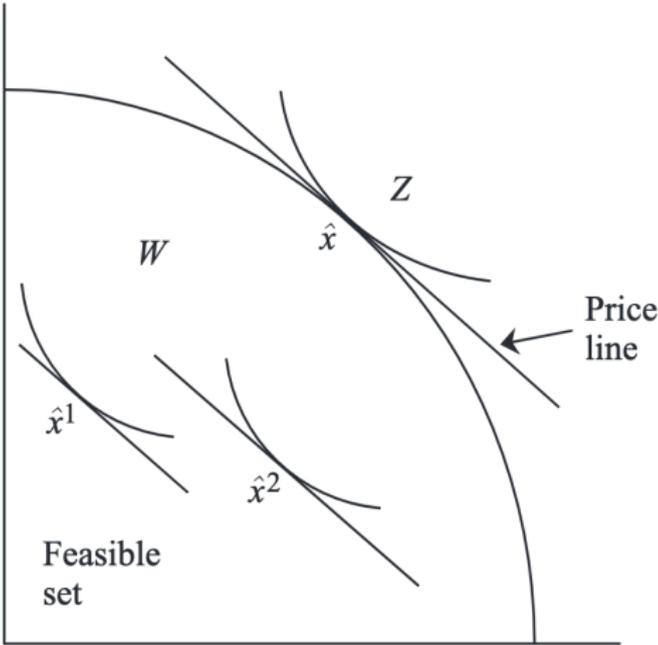
- 生产有效性 (efficiency in production): 每家企业都实现利润最大化, 即任意两种商品的边际转换率等于均衡价格比;

$$MRT_{i,j}^m = p_i/p_j = MRT_{i,j}^{m'}$$

- 价格比同时协调消费者和企业的决策, 使得:

$$MRS_{i,j}^h = MRT_{i,j}^m$$

# 扩展到生产



**Figure 2.14**  
Proof of the Second Theorem

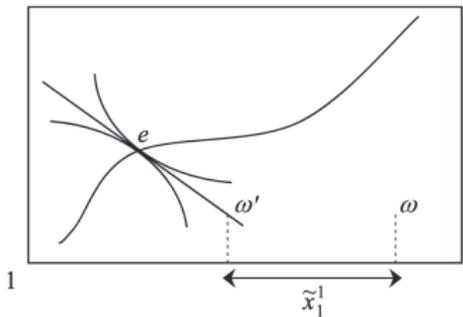
- ① 交换经济
- ② 生产与交换
- ③ 竞争性效率
- ④ 一揽子税

# 一揽子税 |

金额不受纳税人行为影响的税被称为一揽子税 (lump-sum taxation):

- 商品税是不是一揽子税，为什么？
- 所得税是不是一揽子税，为什么？
- 一揽子税只有收入效应，不会产生商品间的替代效应。

# 一揽子税 II



**Figure 2.15**  
A lump-sum transfer

假设两个消费者都以价格  $\hat{p}$  出售所有禀赋，  
 两个消费者的收入分别为  $\hat{p}w^1$  和  $\hat{p}w^2$ ：

- 令消费者 1 支付一笔税收  $T^1 = \hat{p}\tilde{x}_1^1$ ，  
 并将这一笔税收作为消费者 2 的收入；
- 消费者 2 实际上获得一笔补贴  
 $T^1 = -\hat{p}\tilde{x}_1^1 = -T^1$ 。