第三讲：公共品

范翻

中国财政发展协同创新中心

中国财政发展协同创新中心

— Center for China Fiscal Development —

1. 公共品
2. 公共品供给
3. 机制设计

纯公共品

我们称具有以下两个特点的商品为纯公共品 (pure public good)：

- 非排他性 (Nonexcludability)：当公共品被提供时，没有一个消费者能够阻止其他人消费该公共品；
  - 企业无法获得全部消费者的支付，因此企业供给意愿不足
- 非竞争性 (Nonrivalry)：任一消费者对公共品的消费不会减少可供他人消费的公共品数量。
  - 增加消费者的边际成本为零

私人供给

搭便车 (free-riding) 行为：

- 假设两个消费者的收入分别为 M^1 和 M^2，消费者购买私人品和公共品，且价格均为 1；
- x^h 代表消费者 h 购买的私人品，g^h 代表消费者购买的公共品，消费者满足预算约束

$$M^h = x^h + g^h$$

- 每人消费的公共品等于两人购买量的总和，即 $g^1 + g^2$，因此其效用函数为

$$U^h(x^h, g^1 + g^2)$$

公共品效用函数

考虑消费者 1，利用预算约束，可将其效用函数改写为：

$$U^1(M^1 - g^1, g^1 + g^2)$$

思考：上述效用函数构成的无差异曲线在 (g^1, g^2) 平面上会是什么形状?

偏好与选择

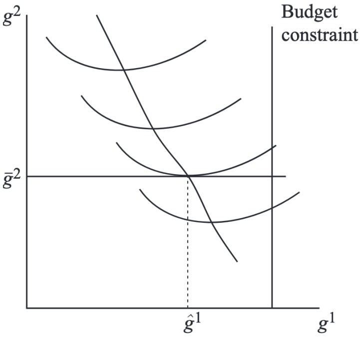

Figure 6.2
Preferences and choice

- 对于任意给定的 g^1，增加 g^2 总会带来更高的效用；
- 对于任意给定的 g^2
  - 当 g^1 很小时，消费者配置大量的私人品，私人品边际效用很高，因此 g^1 增加会带来更高的效用（换言之，在保持效用不变的情况下可以略微减少 g^2）；
  - 当 g^1 比较大时，消费者配置私人品较少，此时再增加 g^1 导致私人品数量进一步减少，会带来更低的效用（换言之，在保持效用不变的情况下必须增加 g^2）。

偏好与选择 II

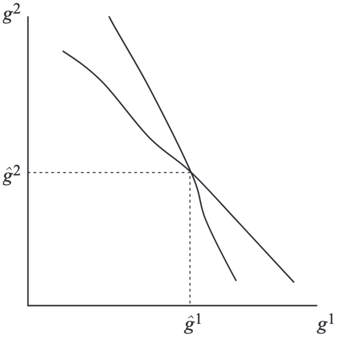

Figure 6.4
Nash equilibrium

- 纳什均衡是指在给定的策略组合下，没有任何单个参与者可以通过改变自己的策略来获得更高的收益。
- 在博弈中，当消费者 2 购买公共品数量为 g^2 时，假定消费者 1 知道这一点的话，他的最优反应是购买 $g^1 = f(g^2)$ 个单位的公共品，以实现自身效用最大化。
- 当两个行动者最优反应函数相交时，博弈达成纳什均衡。

均衡的无效率

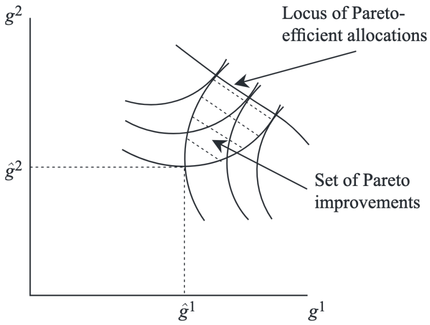

Figure 6.5
Inefficiency of equilibrium

- 上述博弈的纳什均衡是帕累托有效的么？为什么？
- 所有阴影处的点都帕累托优于均衡点，为什么？

1 公共品

2 公共品供给

3 机制设计

萨缪尔森法则 (Samuelson rule):

- 在私人品消费决策中，每个消费者的边际替代率等于相对价格比（等于边际转换率）;
- 在**公共品消费决策**中，所有消费者的边际替代率之和等于边际转化率。

萨缪尔森法则 I

- 假设存在 N 个消费者，每个消费者的效用函数为

$$U^h = U^h(X^h, G), \ \ h = 1, \cdots, N$$

其中，X^h 是消费者 h 购买的私人品，G 是所有消费者购买的公共品之和（$G = \sum_{h=1}^{N} G^h$）。

- 社会福利函数为 $\sum_h \beta^h U^h(X^h, G)$；
- 生产受到技术约束，因此生产函数为

$$F(\sum_h X^h, \sum_h G^h) \leq 0$$

萨缪尔森法则 II

社会福利最大化要求满足:

$$\max_{X^h, G^h} \sum_h \beta^h U^h(X^h, G)$$
$$s.t.\ F(\sum_h X^h, G) \leq 0$$

一阶条件:

$$私人品：\beta^h U_x^h = \lambda F_X$$
$$公共品：\sum_h \beta^h U_G^h = \lambda F_G$$

合并可得，均衡时满足

$$\sum_h U_G^h / U_X^h = F_G / F_X$$

萨缪尔森法则 III

注意：

- 上述结论的前提是，存在一个中央计划者，他对消费者的偏好具有完全信息，因此可以正确地设定公共品供给水平；
- 模型并没有考虑为公共品融资的税收，而税收往往具有扭曲性；
- 分析中也没有考虑非排他性，即排除了搭便车的情况。

公共产品定价

考虑两个消费者对公共品的需求函数如下：

$$p_1 = 10 - \frac{1}{10}G, \quad p_2 = 20 - \frac{1}{10}G$$

其中 p_i 表示消费者 i 愿意为 G 数量的公共品支付的价格。

- 若公共品的边际成本是 25 元，什么是公共品的最优供给水平?
- 若公共品的边际成本是 5 元，最优供给水平是什么?
- 若公共品的边际成本是 40 元，最优供给水平是什么?

林达尔均衡 I

假定消费者在消费公共品时面临“个性化”价格，满足：

- 调整后的公共品价格能够使社会与个人收益一致；
- 调整后的价格准确表达了每个消费者对公共品的评价；
- 如何正确设计机制让消费者都愿意购买给定相同数量的公共品，且
  - 对公共品评价低的消费者面对较低的价格；
  - 对公共品评价高的消费者面对较高的价格。

林达尔均衡 II

林达尔提出，可以按照如下规则：

- 政府首先规定每个消费者必须承担的公共品成本的份额，每个消费者报告他们愿意消费的公共品数量；
- 如果他们愿意消费相同数量的公共品，就按照设计的负担份额提供此水平的公共品；
- 如果不同，重新调整各自承担的成本的份额，重复上述过程，直到双方都愿意消费同样水平的公共品。

林达尔均衡 III

假定消费者 h 在负担比例为 τ^h 时愿意接受的公共品数量为 G，

因此其效用最大化问题为：

$$\max_{X^h, G} U^h(X^h, G)$$

$$s.t.\ X^h + \tau^h G = Y^h$$

一阶条件为：

$$\tau^h U_X^h = U_G^h$$

消费者对公共品的需求函数满足

$$G^h = G^h(\tau^h, Y^h)$$

林达尔均衡 IV

林达尔均衡必须满足两个条件：

- $\sum_h \tau^h = 1$，即所有人会足额负担公共品；
- 所有个体对公共品 G 的需求相同，即 $G^1 = \cdots = G^H$；

事实上，我们有

- 对每个消费者 h 而言，其负担比例 $\tau^h = MRS^h = U_G^h / G_X^h$，等于其在私人品和公共品之间的边际替代率；
- 而所有人的边际替代率之和 $\sum_h [\frac{U_G^h}{U_X^h}] = \sum_h \tau^h = 1$（满足萨缪尔森法则）

1 公共品

2 公共品供给

3 机制设计

伪造的低报 I

两个参与者要做出一个是否生产某一固定数量公共品的决策:

- 如果公共品不被生产，那么 $G = 0$，否则 $G = 1$;
- 公共品成本为 $C = 1$;
- 公共品对参与者 1 和参与者 2 的收益分别为 $v^1 = v^2 = 1$

每个参与者将报告他从公共品上得到的收益 r^h:

- 这一报告可以是假的，即 $r^h = 0$，也可以是真实的，即 $r^h = v^h = 1$;
- 如果报告的价值总和大于或等于成本，公共品将被供给;
- 此时公共品的成本由两个参与者分担，各自承担的份额与其报告价值成正比。

伪造的低报 II

对于每个参与者净收益为:

$$U^h = \begin{cases} v^h - c^h & \text{if } r^1 + r^2 \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

上述博弈的支付矩阵如下:

		参与者 2	
		0	1
参与者 1	0	$(0,0)$	$(1,0)$
	1	$(0,1)$	$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

伪造的低报 III

		参与者 2	
		0	1
参与者 1	0	$(0,0)$	$(1,0)$
	1	$(0,1)$	$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

- 可以看到，报告 $r^h=0$ 对两个参与者而言都是弱占优策略；
- 因此博弈的纳什均衡为 $\hat{r}^1=0,\hat{r}^2=0$；
- 原因在于比例成本承担规则产生了低报公共品偏好的激励。

伪造的高报 I

假定可能的报告和成本承担规则发生变化:

- 对于参与者 1 而言，可能的报告为 $r^1 = 0$ 或 1;
- 对于参与者 2 而言，可能得报告为 $r^2 = 3/4$ 或 1;
- 一旦公共品被提供时，参与者 1 获得的总支付为 $v_1 = 0$，参与者 2 获得的总支付为 $v_2 = 3/4$。

该博弈的支付矩阵如下:

		参与者 2	
		$\frac{3}{4}$	1
参与者 1	0	$(0,0)$	$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$
	1	$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$	$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$

伪造的高报 II

		参与者 2	
		$\frac{3}{4}$	1
参与者 1	0	$(0,0)$	$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$
	1	$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$	$(-\frac{1}{2},\frac{1}{4})$

那么

- 对于参与者 1 而言，弱占优策略为选择 $r^1=0$；对于参与者 2 而言最优反应为 $r^2=1$;
- 纳什均衡为 $\hat{r}^1=0,\hat{r}^2=1$，最终结果是社会不需要的公共品被提供了。

克拉克-罗夫斯机制 I

是否存在一个机制，使得：

- 参与者愿意显示其真实的评价；
- 公共品总能以最优水平供给。

如果公共品被提供，那么每个消费者将获得另一个消费者报告的净收益，称之为附加支付 (side payment)。

克拉克-罗夫斯机制 II

假设存在两个消费者：

- 真实的净收益和报告只可取 -1 和 $+1$；
- 如果两个消费者均报告 -1，那么公共品将不会被供给；
- 如果至少有一人报告 $+1$，那么公共品将被供给；
- 消费者将获得对方的净收益；
- 在收益相同的情况下，消费者倾向于说真话。

克拉克-罗夫斯机制 III

在克拉克-罗夫斯机制下，支付矩阵变为

		参与者 2	
		-1	$+1$
参与者 1	-1	$(0,0)$	(v^1+1, v^2-1)
	$+1$	(v^1-1, v^2+1)	(v^1+1, v^2+1)

考虑消费者 1 在不同真实收益下的激励：

- 当 $v^1=-1$ 时：

		参与者 2	
		-1	$+1$
参与者 1	-1	0	0
	$+1$	2	0

- 当 $v^1=-1$ 时：

		参与者 2	
		-1	$+1$
参与者 1	-1	0	2
	$+1$	0	2

克拉克-罗夫斯机制 III

正式的克拉克-罗夫斯机制可以表述为:

- 每个人对公共产品报出一个价格 b^i ,b^i 未必是自己对公共产品的真实评价 v^i;
- 若 $\sum_i b^i \geq 0$ 则提供公共品;反之,若 $\sum_i b^i < 0$ 则不提供;
- 如果提供公共产品,那么每个人 i 会受到一笔单方面支付 (side payments),数额等于其他人的报价之和 $\sum_{j \neq i} b^j$:
- 如果该数额为正,个人 i 获得它;
- 如果该数额为负,个人 i 必须支付该数额。

可以证明,对于每个人而言,$b^i = v^i$ 是一个占优策略 (dominant strategy)。

克拉克-罗夫斯机制 IV

对话与每个个体 i 而言，其支付为：

$$\text{收益} = \begin{cases} v^i + \sum_{j \neq i} b^j, & b^i + \sum_{j \neq i} b^j \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

不管其他人如何报价（即假设 $\sum_{j \neq i} b^j$ 给定）：

- 如果 $v^i + \sum_{j \neq i} b^j \geq 0$，则个人 i 若报价 $b^i = v^i$，可确保公共品被提供，获得正收益；
- 如果 $v^i + \sum_{j \neq i} b^j < 0$，则个体 i 若报价 $b^i = v^i$，可确保公共品不被提供，否则需要向其他人支付。
- 原因在于，这些额外的附加支付将使每个消费者“内化”公共品对他人的净收益。

克拉克税

- 克拉克-罗夫斯机制存在一个很大的缺陷：单方面支付的总额可能非常大，等于除了个人 i 之外所有其他人的报价总和，这意味着诱导个人说真话的代价非常大。
- 一种解决方式是：当且仅当参与者的报价改变了社会选择时才发生附加支付，我们称这些附加支付为克拉克税 *(Clarke taxes)*

$$
\text{支付} = \begin{cases} v^1 & r^1 + r^2 \geq 0, r^2 \geq 0 \\ v^1 - t^1 & r^1 + r^2 \geq 0, r^2 < 0,\ \text{其中} t^1 = -r^2 > 0 \\ -t^1 & r^1 + r^2 < 0, r^2 \geq 0,\ \text{其中} t^1 = r^2 \geq 0 \\ 0 & r^1 + r^2 < 0, r^2 < 0 \end{cases}
$$

只有在第二种情况与第三种情况下，参与者 1 才是关键决策者，会影响公共品是否被提供。