

# 公共经济学

## 第 8 讲：最优税收理论

范翻

中央财经大学

2024 年 10 月 28 日



# 中国财政发展协同创新中心

— Center for China Fiscal Development —

- ① 一揽子税 (lump-sum tax)
- ② 商品税 (commodity tax)



# 一揽子税 I

一揽子税：被征税的消费者必须不能通过改变行为来影响税收大小。  
宣布税收计划  $\Rightarrow$  个人做出反应  $\Rightarrow$  缴纳税收

- 收入税：可以增加或减少工作，或者调整收入构成；
- 商品税：可以增加或减少商品购买，或者寻找替代品；
- 遗产税：生前赠与、设立信托基金；
- 人头税：向每位居民征收固定金额的税收，近乎一揽子税。但实践中存在困难：
  - "失踪"的人口，纳税人可以通过搬家且不向政府报告新住址来实现避税；
  - 征税成本过高，收集和维持所有家庭的住址信息相当困难。

## 一揽子税 II

最优一揽子税要求根据海量信息制定差异化税额。这要求社会计划者 (政府):

- 根据所有**消费者的偏好**, 构建包含所有帕累托最优配置的契约曲线来选择社会最优配置;
- 预测所有可能得收入水平下会达到的均衡;
- 根据每个**消费者禀赋的价值**来计算税前收入和所需征收的税收。

上述经济特征、偏好和禀赋都是消费者的私人信息 (*private information*), 仅仅为消费者个体所知晓, 无法被社会计划者直接观察。

# 激励不相容 (incentive incompatible) 的征税 I

- 假设政府根据消费者的能力/智商来征收一揽子税，经济体中存在两类个体，分别是高能力者和低能力者（分别用  $s_h$  和  $s_l$  来表示）；
- 两种个体均从消费品  $x$  和劳动  $l$  中获得效用，且效用函数相同：

$$U(x, l) = u(x) - v(l)$$

- 消费品的边际效用随着  $x$  的增加而减少；
- 劳动的边际负效用随着  $l$  的增加而增加。
- 政府可以观察每个人的能力并据此进行征税。令对能力水平  $i$  的个体征收的税额为  $T_i$  (或者  $T_i < 0$  即补贴)。

# 税收与劳动供给 I

对于个人而言，给定一揽子税，个体会在预算约束下选择劳动供给以最大化效用。假定个人增加劳动供给，会导致

- 较少个人的闲暇时间，劳动带来的负效用增加；
- 增加个人的收入，消费品带来的正效用增加。

因此，消费者会选择劳动供给，以确保劳动带来的边际负效用恰好等于收入提升导致消费品带来的边际正效用。模型化个体效用最大化问题，对于每种类型的个体 ( $i = h, l$ )，解决如下最优化问题：

$$\begin{aligned} \max_{x_i, l_i} \quad & U(x_i, l_i) = u(x_i) - v(l_i) \\ \text{s.t.} \quad & x_i = s_i l_i - T_i \end{aligned}$$

## 税收与劳动供给 II

写出消费者的拉格朗日函数:

$$\mathcal{L}(x_i, l_i, \lambda) = u(x_i) - v(l_i) + \lambda(s_i l_i - T_i - x_i)$$

一阶条件为:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_i} = -\frac{\partial v}{\partial l_i} + s_i = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = s_i l_i - T_i - x_i = 0$$

即劳动供给的选择满足额外消费品的边际效用等于劳动的边际负效用:

$$s_i \frac{\partial u}{\partial x_i} - \frac{\partial v}{\partial l_i} = 0.$$



## 税收与劳动供给 III

如何理解劳动供给问题的一阶条件?

- $\frac{\partial u(x_i)}{\partial x_i}$  是关于消费品  $x_i$  的函数, 而根据预算约束, 消费品数量取决于劳动供给  $l_i$  (内生变量) 和税额  $T_i$  (外生变量), 即

$$\frac{\partial u(x_i)}{\partial x_i} = u'(s_i l_i - T_i).$$

- 一阶条件可以改写为

$$s_i u'(s_i l_i - T_i) - v'(l_i) = 0.$$

- 这意味着, 在个人能力  $s_i$  和效用函数形式  $u(\cdot), v(\cdot)$  外生给定的情况下, 税额  $T_i$  变化会影响个体的劳动供给。
- 换言之, 存在一个函数表示劳动供给与税额之间的关系

$$l_i = l_i(T_i).$$

## 政府最优 I

假设政府是功利主义的，通过选择一揽子税来最大化个人效用之和，最优一揽子税可以通过如下最大化问题得到

$$\begin{aligned} \max_{T_l, T_h} \quad & \sum_{l, h} u(s_i l_i(T_i) - T_i) - v(l_i(T_i)) \\ \text{s.t.} \quad & T_h + T_l = 0 \end{aligned}$$

写出政府的拉格朗日函数

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(T_l, T_h, \mu) = & u(s_h l_h(T_h) - T_h) - v(l_h(T_h)) + \quad (\text{高能力者效用}) \\ & u(s_l l_l(T_l) - T_l) - v(l_l(T_l)) + \quad (\text{低能力者效用}) \\ & \mu(T_h + T_l) \quad (\text{收入再分配}) \end{aligned}$$

## 政府最优 II

因此，一阶条件为

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_h} &= \frac{\partial u}{\partial x_h} \cdot (s_h \frac{\partial l_h}{\partial T_h} - 1) - \frac{\partial v}{\partial l_h} \cdot \frac{\partial l_h}{\partial T_h} + \mu = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_l} &= \frac{\partial u}{\partial x_l} \cdot (s_l \frac{\partial l_l}{\partial T_l} - 1) - \frac{\partial v}{\partial l_l} \cdot \frac{\partial l_l}{\partial T_l} + \mu = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} &= T_h + T_l = 0\end{aligned}$$

结合个人最优化问题的一阶条件  $s_i u'(s_i l_i - T_i) - v'(l_i) = 0$ ，前两个政府一阶条件可以简化为

$$\begin{aligned}& \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot (s_i \frac{\partial l_i}{\partial T_i} - 1) - \frac{\partial v}{\partial l_i} \cdot \frac{\partial l_i}{\partial T_i} + \mu \\ &= \frac{\partial l_i}{\partial T_i} \left[ \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot s_i - \frac{\partial v}{\partial l_i} \right] - \frac{\partial u}{\partial x_i} + \mu \\ &= -\frac{\partial u}{\partial x_i} + \mu = 0 \Rightarrow \mu = \frac{\partial u}{\partial x_i}, \quad i = h, l\end{aligned}$$

## 政府最优 III

最优一揽子税满足的条件为，在确保  $T_h + T_l = 0$  的情况下，向高能力者征税并补贴低能力者，以确保两种消费者从消费品获得的边际效用相同：

$$\frac{\partial u}{\partial x_h} = \frac{\partial u}{\partial x_l}$$

由于消费品的边际效用对  $x_i$  递减，这意味着两种消费者消费品水平应该相同：

$$x_h = x_l$$

结合个人在消费和劳动供给之间的权衡，可以得出

$$\frac{\partial v}{\partial l_l} = s_l \frac{\partial u}{\partial x_l} < s_h \frac{\partial u}{\partial x_h} = \frac{\partial v}{\partial l_h}$$

上述结论意味着，低能力者从劳动中获得的边际负效用小于高能力者从劳动中获得的边际负效用。而劳动边际负效用边际递增，意味着高能力者需要**花费更多时间工作**。

## 激励不相容 (incentive incompatible) 的征税 II

"能者多劳" 的一揽子税:

- 观察个体劳动供给决策的一阶条件  $s_i \frac{\partial u}{\partial x_i} = \frac{\partial v}{\partial l_i}$ , 高能力者一定能消费更多的消费 (为什么?);
- 当政府征收一揽子税之后, 两种类型个体消费水平相同, 但高能力者需要更努力工作 (劳动供给更多)。因此, 再分配后高能力类型的人比低能力的人效用更低;
- 如果政府能观察收入, 但不能观察每个人的能力, 这种税收计划不可能是激励相容的。因此高能力类型个人一旦了解结果, 一定会选择隐瞒自己的能力, 挣得和低能力类型的个人一样少。

### 定理 (Hammond)

在一个大型经济中, 通过最优一揽子税来实施再分配永远是激励不相容的。

# 实物再分配 I

现实中，广泛应用着很多不直接应用税收的再分配政策，如以低于成本的价格提供教育、医疗等物品。微观经济学告诉我们，同价值的现金转移支付应该比实物转移支付效果更好，因为实物转移支付存在额外的约束。

- 对于消费者而言，其效用最大化问题是

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & U(x_1, x_2) \\ \text{s.t.} \quad & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I \end{aligned}$$

- 假设给予数量为  $l_0$  的现金补贴，预算约束变为

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I + l_0 \quad (1)$$

- 如果对  $x_1$  给予相同价值的实物补贴，预算约束变为

$$p_1(x_1 - l_0/p_1) + p_2 x_2 \leq I \quad (1)$$

$$x_1 \geq l_0/p_1 \quad (2)$$

- 实物补贴下预算约束 (1) 等价于现金补贴下预算约束 (1)，但额外存在预算约束 (2)(实物消费量下限)。

## 实物再分配 II

但是实践中，实物转移支付可能效果比现金转移支付更好，为什么？

- 1 政治 (political) 考虑：一方面，如果福利只供应给穷人，在政治上容易受到攻击；另一方面普遍实施的福利项目也可以发挥再分配功能：
  - 如果这些项目是由比例收入税（甚至是累进税）筹资的话，富人要比穷人对项目的筹资共享更多；
  - 在所有人对项目贡献相当的情况下，富人消费的公共产品会相对较少。
- 2 自选择 (self-selection) 问题：高能力个人有激励投入更少的努力、挣更少的收入，从而支付和低能力群体相同的税（或接受相同的补贴）。
  - 医疗保障：能力更低可能是更差的健康状况的结果，提供实物医疗保险可以确保高能力群体更不愿意申领实物补贴；
  - 低质量的廉租房：廉租房不提供私人厕所，确保急需的家庭才会申请廉租房。
- 3 时间一致性 (time consistency): 产生于一个完全理性政府充分尊重个人偏好，却没有能力对其长期政策作出承诺。
  - 教育职业培训：以低于成本价格提供教育和职业培训，而不是提供同等价值的现金转移支付，可以激励潜在受助者在失业时投资教育或接受职业培训，而不是等待未来接受现金援助。

# 商品税

商品税是对商品流转额和非商品流转额（提供个人和企业消费的商品和劳务）课征的税种的统称，也称流转税。相比于一揽子税，商品税具有如下优点：

- 1 税基广泛：商品税的税基广泛，几乎涵盖了所有的商品和服务交易，这有助于保证财政收入的稳定性。
- 2 计税简便：商品税的计税过程相对简单，因为它们通常基于商品和服务的流转额，这使得征税过程较为直接和容易管理。
- 3 课税隐蔽：商品税通常被包含在商品价格中，因此纳税人可能不会直接感受到税负，这减少了征收的阻力。
- 4 避免重新征税：如增值税这样的商品税可以消除在生产 and 分销过程中的重复征税问题。

相比之下，一揽子税可能面临征管难度大、收入稳定性较差、对经济活动和税收产生扭曲影响等问题。商品税的这些优点使其在某些情况下成为更有效的税收工具。



# 窗户税

但是，商品税可能会扭曲消费者选择，导致意想不到的结果。例如，1696 年英国正着手改铸货币，临时需要巨额费用，于是开征了窗户税。法令规定，凡房屋有窗 10 个以下者，课税 2 先令；有窗 10 个至 20 个者，课税 6 先令；有窗 20 个以上者，课税 10 先令。





## 无谓损失 II

假设商品的需求函数为  $X = X(p)$ ，根据需求价格弹性的定义

$$\epsilon^d = \frac{p}{X} \cdot \frac{dX}{dp}$$

因此三角形  $edb$  的底长可以表示为

$$dX = \epsilon^d \frac{X^0}{p} dp$$

而三角形  $edb$  的高即是征税额度  $t$ ，所以无谓损失可以根据需求价格弹性来计算

$$DWL = \frac{1}{2} |\epsilon^d| \frac{X^0}{p} t^2.$$

这意味着无谓损失的大小

- 1 与税率的平方成正比，即随着税率的增加，无谓损失会增长地更快；
- 2 与需求弹性成正比，即税收变动给定时，商品需求弹性越大，无谓损失越大。

# 收入效应和替代效应 I

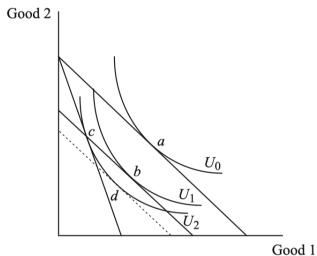


Figure 15.2  
Income and substitution effects

- 在没有征税的情况下，消费者的最优选择为  $a$ ，此时能获得的最大化效用水平为  $U_0$ ；
- 此时征收一定单位的一揽子税，消费者的预算约束向内移动，但斜率不变。最优选择从  $a$  变为  $b$ ，最大化效用水平从  $U_0$  下降到  $U_1$ ；
- 如果此时对商品 1 征收商品税，将会提高商品 1 对商品 2 的相对价格，导致预算约束变得更陡峭；
- 征收商品税以后，消费者的最优选择变为  $c$ ，最大化效用水平下降到  $U_2$ ；
- 关于  $c$  的位置我们知道：
  - 1  $c$  是某条无差异曲线与商品税下预算约束的切点
  - 2  $c$  在一揽子税下的预算约束线才能确保商品税下最优选择的税收收入等于一揽子税的税收收入







# 商品税的次优性质

如果希望商品税能够征收到  $R$  单位的税收，那么商品税相对于一揽子税是次优的（效用水平更低）。原因是

- 假设征收  $R$  单位一揽子税的情况下，消费者效用最大化的点是  $e^*$ ，此时预算约束线是

$$px + l + R = 0 \quad (1)$$

- 为了确保税额为  $R$ ，商品税税率必须满足

$$(p + t^*)x + l = 0 \quad t^*x^* = R \quad (2)$$

- 商品税下预算约束线 (2) 一定比一揽子税下 (1) 更平坦，两者的交点  $e$  必然在  $e^*$  的右下方；
- 因此预算约束线 (2) 所能相切的无差异曲线代表的效用水平必然比初始状态下更低（且可以证明切点必是  $e$  点）。

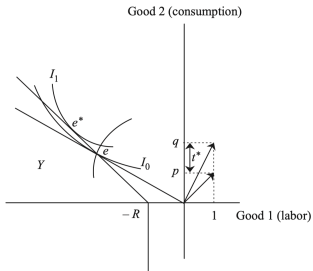


Figure 15.6  
 Optimal commodity taxation



# 税收法则

前面已经证明，在单商品情况下，为了征收同等数量的税收收入，商品税带来的福利损失会大于一揽子税。但是，在多个商品的情况下，税收负担应该如何在不同商品间进行分配呢？具体来说，是所有商品应该被征收相同的税率，还是应该与商品的某些特征有关？

# 模型假定

给定经济体满足以下条件：

- 由  $n$  种商品，每种商品都由竞争性企业以不变规模报酬生产，因此商品价格等于边际生产成本；
- 劳动是唯一的生产投入品，并以工资率作为计价单位，因此边际生产成本等于生产所需的劳动数量；
- 商品  $i$  的生产者价格（或税前价格）为

$$p_i = c_i, i = 1, \dots, n$$

- 商品  $i$  的消费者价格（或税后价格）为

$$q_i = p_i + t_i, i = 1, \dots, n$$

- 记商品  $i$  的消费数量  $x_i$ ，政府希望筹集的税收收入为

$$R = \sum_{i=1}^n t_i x_i$$

## 逆弹性法则 I

考虑一个消费者，他购买两种被征税的商品  $x_1, x_2$ ，同时供给劳动  $x_0$  换取收入，劳动不被征税。消费者效用最大化问题为：

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x_0, x_1, x_2} \quad & U(x_0, x_1, x_2) \\ \text{s.t.} \quad & q_1 x_1 + q_2 x_2 = x_0 \end{aligned}$$

其一阶条件为

$$\begin{aligned} U'_0 &= -\alpha \\ U'_1 &= \alpha q_1 \\ U'_2 &= \alpha q_2 \end{aligned}$$

其中  $\alpha$  是收入的边际效用（或劳动供给的负效用）。

## 逆弹性法则 II

最优税率是指政府在满足收入约束（筹集  $R$  单位税收）的情况下最大化消费者效用的消费水平。观察政府的收入约束：

$$R = t_1 x_1 + t_2 x_2$$

商品税率即生产者价格和消费者价格之差，也就是说  $t_i = q_i - p_i, i = 1, 2$ 。因此政府收入约束可以写作：

$$q_1 x_1 + q_2 x_2 = R + p_1 x_1 + p_2 x_2$$

政府最大化问题为：

$$\begin{aligned} & \underset{x_1, x_2}{\text{Max}} \quad U(x_0, x_1, x_2) \\ \text{s.t.} \quad & q_1 x_1 + q_2 x_2 = R + p_1 x_1 + p_2 x_2 \end{aligned}$$

## 逆弹性法则 III

假定商品的需求彼此独立，这意味可以写出商品价格关于需求的函数（即，逆需求函数）：

$$q_i = q_i(x_i)$$

因此对于商品  $i$  最优数量的一阶条件为：

$$U'_i + U'_0 \left[ q_i + x_i \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \right] + \lambda \left[ q_i + x_i \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - p_i \right] = 0$$

其中  $\lambda$  是一单位额外政府收入的效用损失。

利用一阶条件  $U'_i = \alpha q_i$  和  $U'_0 = -\alpha$  可以得到

$$-\alpha x_i \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \lambda t_i + \lambda x_i \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0$$

## 逆弹性法则 IV

而对于每个商品而言,  $\frac{x_i}{q_i} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = \frac{1}{\epsilon_i^d}$ ,  $\epsilon_i^d$  是商品  $i$  的需求弹性。重新整理一阶条件, 我们可以得到逆弹性法则:

$$\frac{t_i}{p_i + t_i} = - \left[ \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \right] \frac{1}{\epsilon_i^d}$$

逆弹性法则意味着:

- 对商品  $i$  征收的税率应该与其需求弹性价格**负相关**;
- 税收与价格之间的比例应对所有商品相同;
- 背后的直觉是要让无谓损失更低的商品 (换言之, 替代性更弱) 承担更高的税负, 即
  - 对必需品 (需求弹性低) 应该征收**高税率**
  - 对奢侈品 (需求弹性高) 应该征收**低税率**
  - 这公平么?

## 拉姆齐法则 I

逆弹性法则具有很强的局限：它要求每种商品的需求仅仅依赖于商品自身的价格。放松上述假设，并将最优化问题从选择最优商品数量转向选择最优税收。假设

- 只有两种消费品，且对商品  $i$  的需求函数是两种商品价格的函数

$$x_i = x_i(q), q = (q_1, q_2)$$

- 经济中只存在单个消费者，其效用函数就是社会福利函数，写作

$$U = U(x_0(q), x_1(q), x_2(q))$$

- 政府目前是征收  $R$  税收，因此其收入约束为

$$R = \sum_{i=1}^2 t_i x_i(q)$$

## 拉姆齐法则 II

最优商品税问题是保证政府选择税率  $t_1, t_2$ ，以实现收入目标  $R$  的情况下最大化消费者效用：

$$\begin{aligned} \text{Max}_{t_1, t_2} \quad & U(x_0(q), x_1(q), x_2(q)) \\ \text{s.t.} \quad & R = \sum_{i=1}^2 t_i x_i(q) \end{aligned}$$

写出其拉格朗日函数：

$$L(t_1, t_2, \lambda) = U(x_0(q), x_1(q), x_2(q)) - \lambda \left[ R - \sum_{i=1}^2 t_i x_i(q) \right]$$

价格和税率同样满足  $q_i = p_i + t_i$ ，一阶必要条件为

$$\frac{\partial L}{\partial t_k} \equiv \sum_{i=0}^2 U'_i \frac{x_i}{\partial q_k} + \lambda \left[ x_k + \sum_{i=1}^2 t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \right] = 0$$



## 拉姆齐法则 III

回忆消费者预算约束:

$$q_1 x_1(q) + q_2 x_2(q) = x_0(q)$$

商品  $k$  价格的任意变动所引致的需求变动都必须满足这一约束, 所以:

$$q_1 \frac{\partial x_1}{\partial q_k} + q_2 \frac{\partial x_2}{\partial q_k} + x_k = \frac{\partial x_0}{\partial q_k}$$

此外消费者的最优选择还满足  $U'_0 = -\alpha$  和  $U'_i = \alpha q_i$ 。因此最优税收的一阶条件可以写作

$$\alpha x_k = \lambda \left[ x_k + \sum_{i=1}^2 t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \right]$$

调整后得到

$$\sum_{i=1}^2 t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} = - \left[ \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \right] x_k$$

## 拉姆齐法则 IV

斯拉茨基方程将需求变动分解为收入效应与替代效应，因此，商品  $k$  价格变动对商品  $i$  需求的影响可以表示为：

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_k} = S_{ik} - x_k \frac{\partial x_k}{\partial I} \quad (\text{马歇尔需求与希克斯需求})$$

其中

- $S_{ik}$  是价格变动的替代效应（沿着无差异曲线的移动）
- $-x_k \frac{\partial x_k}{\partial I}$  是价格变动的收入效应（ $I$  代表一揽子收入）

代入斯拉茨基方程有：

$$\sum_{i=1}^2 t_i \left[ S_{ik} - x_k \frac{\partial x_k}{\partial I} \right] = - \left[ \frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \right] x_k$$

## 拉姆齐法则 V

化简可得：

$$\sum_{i=1}^2 t_i S_{ik} = - \left[ 1 - \frac{\alpha}{\lambda} - \sum_{i=1}^2 t_i \frac{\partial x_i}{\partial I} \right] x_k$$

因为  $S_{ik} = S_{ki}$ ，所以

$$\sum_{i=1}^2 t_i S_{ki} = \theta x_k$$

相比于税前状态，最优税制应使每种商品的补偿需求以同等比率减少。

- 需求对价格变动不敏感的商品（必需品）应该承受更重的税负，以实现相同比例的需求减少。
- 需求对价格变动敏感的商品（奢侈品）应该承受更低的税负，以实现相同比例的需求减少。
- 仅仅是效率原则，而非公平原则。

## 公平原则 I

考虑一个由两个消费者构成的经济，每个消费者  $h(h = 1, 2)$  的特征可以由他们的效用函数描述：

$$U^h = U^h(x_0^h(q), x_1^h(q), x_2^h(q))$$

劳动仍是不征税的计价单位，所有消费者供给单一形式的劳务。政府收入约束由下式给出：

$$R = \sum_{t=1}^2 t_t x_t^1(q) + \sum_{t=1}^2 t_t x_t^2(q)$$

政府政策遵循一个加总的社会福利函数，在社会福利函数设定时可以考虑公平问题：

$$W = W(U^1(x_0^1, x_1^1, x_2^1), U^2(x_0^2, x_1^2, x_2^2))$$

## 公平原则 II

商品  $k$  税收选择的一阶条件是：

$$\frac{\partial L}{\partial t_k} \equiv -\frac{\partial W}{\partial U^1} \alpha^1 x_k^1 - \frac{\partial W}{\partial U^2} \alpha^2 x_k^2 +$$

$$\lambda \left[ \sum_{h=1}^2 \left[ x_k^h + \sum_{t=1}^2 t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial q_k} \right] \right]$$

回忆消费者的预算约束、需求变动和最优选择一阶条件：

$$q_1 x_1(q) + q_2 x_2(q) = x_0(q)$$

$$q_1 \frac{\partial x_1}{\partial q_k} + q_2 \frac{\partial x_2}{\partial q_k} + x_k = \frac{\partial x_0}{\partial q_k}$$

$$\frac{\partial U^h}{\partial} x_1^h = \alpha^h q_k$$

我们可以整理出：

$$\frac{\partial U^h}{\partial x_0^h} \frac{\partial x_0^h}{\partial q_k} + \frac{\partial U^h}{\partial x_1^h} \frac{\partial x_1^h}{\partial q_k} + \frac{\partial U^h}{\partial x_2^h} \frac{\partial x_2^h}{\partial q_k} = -\alpha^h x_k^h$$

## 公平原则 III

定义消费者  $h$  收入的社会边际效用  $\beta^h = \frac{\partial W}{\partial U^h} \alpha^h$ ，其度量的是由消费者  $h$  收入的边际增加所导致的社会福利的增加。

商品  $k$  税收选择的一阶条件可以改写为：

$$\frac{\sum_{t=1}^2 t_i S_{ki}^1 + \sum_{t=1}^2 t_i S_{ki}^2}{x_k^1 + x_k^2} = \frac{1}{\lambda} \frac{\beta^1 x_k^1 + \beta^2 x_k^2}{x_k^1 + x_k^2} - 1$$
$$+ \frac{\left[ \sum_{t=1}^2 t_i \frac{\partial x_i^1}{\partial \tau^i} \right] x_k^1 + \sum_{t=1}^2 t_i \frac{\partial x_i^2}{\partial \tau^i} x_k^2}{x_k^1 + x_k^2}$$

## 公平原则 IV

- 1 等式左边近似是从初始的无税收状态到引入税制结构后，商品  $k$  总补偿需求的变动比例
- 2 等式右边意味着不同于拉姆齐法则，补偿需求的减少比例并不是对所有商品都相等：

- 1 第一项代表着公平， $\beta^1 \frac{x_k^1}{x_k^1 + x_k^2} + \beta^2 \frac{x_k^2}{x_k^1 + x_k^2}$  越大，商品  $k$  需求减少的比例就很小；
- 2 第二项代表着效率，如果对商品  $k$  的需求主要来自于那些纳税额随收入变动最大的消费者，这一商品需求的减少比例就应该更小