第 9 讲：商品税

范翻

中央财经大学

2024 年 10 月 22 日

中国财政发展协同创新中心

—— Center for China Fiscal Development ——

1. 商品税的福利损失
2. 税收负担的分配

商品税

商品税 (commodity tax) 是对商品流转额和非商品流转额（提供个人和企业消费的商品和劳务）课征的税种的统称，也称流转税。

- 易于征收：记账的必要性
- 扭曲消费者选择：从高税率产品转向低税率产品
- 导致消费者可获得的福利水平下降

窗户税

1696 年英国正着手改铸货币，临时需要巨额费用，于是开征了窗户税。法令规定，凡房屋有窗 10 个以下者，课税 2 先令；有窗 10 个至 20 个者，课税 6 先令；有窗 20 个以上者，课税 10 先令。

无谓损失

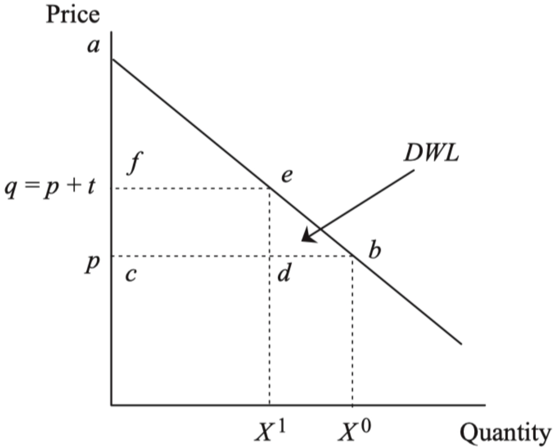

Figure 15.1
Deadweight loss

无谓损失

- 引入商品税之前，商品价格为 p，消费量为 X^0，消费者剩余为三角形 abc 的面积；
- 现在对该商品征收额度为 t 的从量税，商品价格涨到 $q = p + t$，消费量下降到 X^1；
- 价格的上涨和消费量的下降使得消费者剩余减少为三角形 aef 的面积；
- 政府所能筹集的税收收入等于 tX^1，等于区域 $cdef$ 的面积；
- 初始消费者剩余中没有被转为税收收入的部分即是无谓损失 (deadweight loss)，由三角形 bde 的面积刻画。

无谓损失

无谓损失可以表示为需求弹性和税率平方的函数:

$$
\begin{aligned}
DWL &= \frac{1}{2}t|\epsilon^d|\frac{X^0}{p}dp \\
&= \frac{1}{2}|\epsilon^d|\frac{X^0}{p}t^2
\end{aligned}
$$

1. 无谓损失的大小与税率的平方成正比，即随着税率的增加，无谓损失会增长地更快;
2. 无谓损失的大小与需求弹性成正比，即税收变动给定时，商品需求弹性越大，无谓损失越大。

收入与替代效应

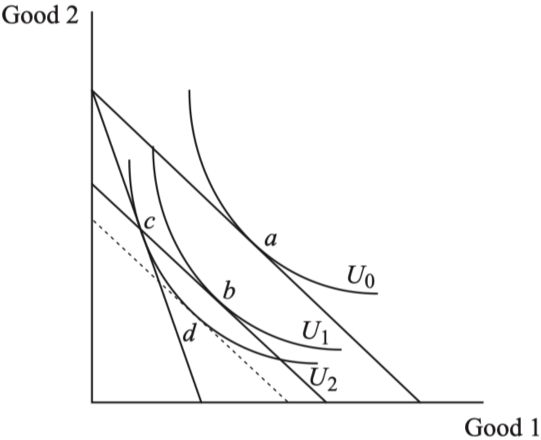

Figure 15.2
Income and substitution effects

收入与替代效应

- 在没有征税的情况下，消费者的最优选择为 a，此时能获得的最大化效用水平为 U_0；
- 此时征收一定单位的一揽子税，消费者的预算约束向内移动，但斜率不变。最优选择从 a 变为 b，最大化效用水平从 U_0 下降到 U_1；
- 如果此时对商品 1 征收商品税，将会提高商品 1 对商品 2 的相对价格，导致预算约束变得更陡峭；
- 征收商品税以后，消费者的最优选择变为 c，最大化效用水平下降到 U_2；
- 关于 c 的位置我们知道：
  1. c 是某条无差异曲线与商品税下预算约束的切点
  2. c 在一揽子税下的预算约束线才能确保商品税下最优选择的税收收入等于一揽子税的税收收入

收入与替代效应

上图中商品税的效果与使消费者选择移动到点 d 的一揽子税产生的效果相同。此时，商品税的效应可以分为两个部分:

1. 收入效应 (income effect): 从初始的点 a 移动到点 d，代表着实际购买力的降低;
2. 替代效应 (substitution effect): 从点 d 转向点 c，代表着商品 1 相对价格的上升。

没有无谓损失的情况

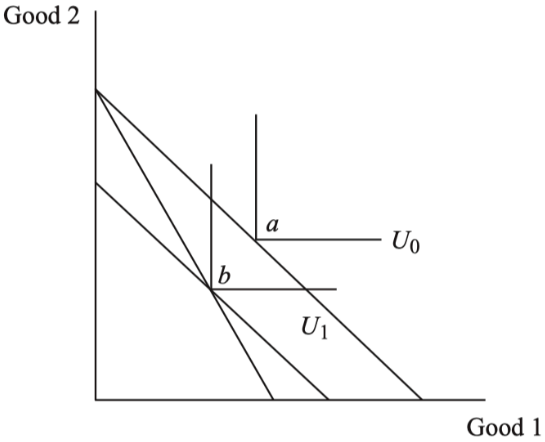

Figure 15.3
Absence of deadweight loss

鲁滨逊经济

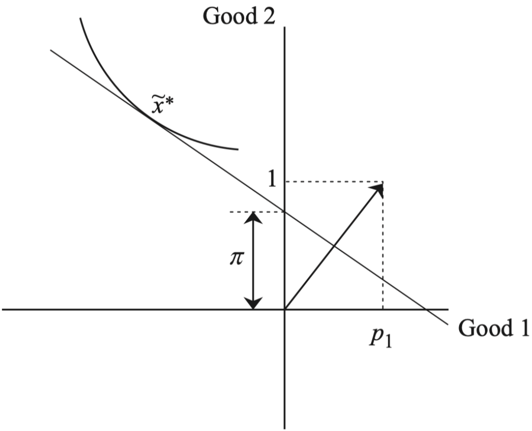

Figure 2.8
Utility maximization

一揽子税

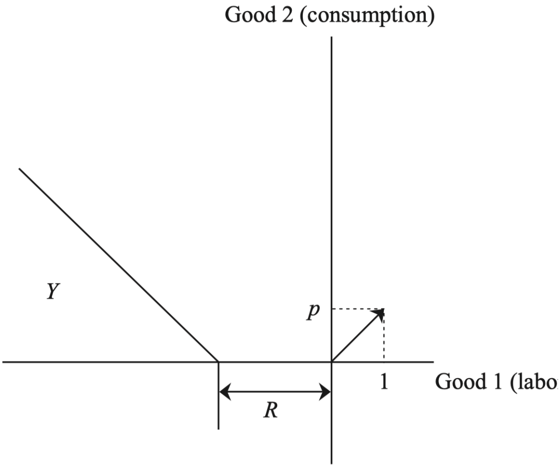

Figure 15.4
Revenue and production possibilities

商品税下的最优选择

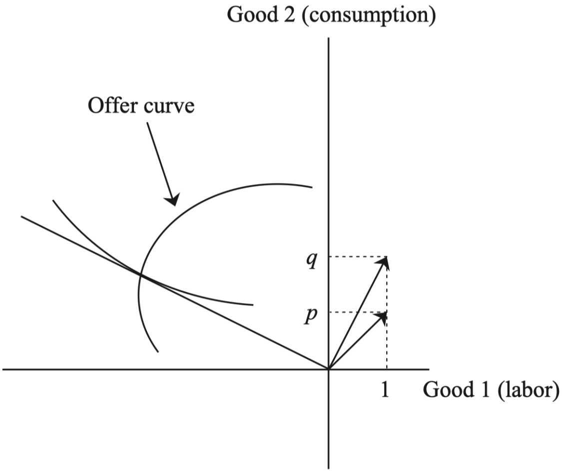

Figure 15.5
Consumer choice

商品税的次优性质

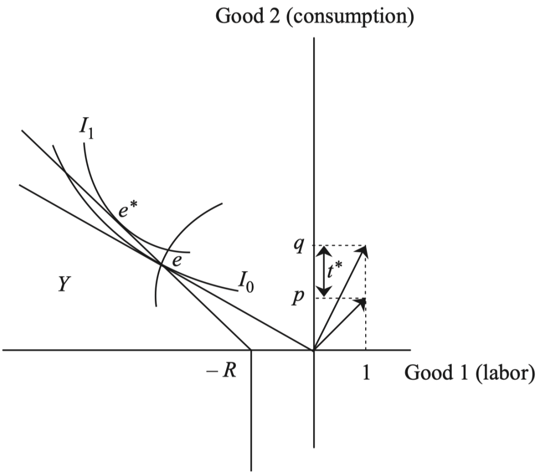

Figure 15.6
Optimal commodity taxation

税收负担的分配

- 图形分析表明：在征收同等数量税收收入的情况下，商品税带来的福利损失会大于一揽子税的福利损失。
- 但是，上一节我们关注的单商品情况。那么在多个商品的情况下，税收负担应该如何在不同商品见进行分配呢?
- 具体来说，是所有商品应该被征收相同的税率，还是应该与商品的某些特征有关?

模型假定

给定经济体满足以下条件:

- 由 n 种商品，每种商品都由竞争性企业以不变规模报酬生产，因此商品价格等于边际生产成本;
- 劳动是唯一的生产投入品，并以工资率作为计价单位，因此边际生产成本等于生产所需的劳动数量;
- 商品 i 的生产者价格（或税前价格）为

$$p_i = c_i, i = 1, \cdots, n$$

- 商品 i 的消费者价格（或税后价格）为

$$q_i = p_i + t_i, i = 1, \cdots, n$$

- 将商品 i 的消费数量记做 x_i，政府希望筹集的税收收入为

$$R = \sum_{i=1}^{n} t_i x_i$$

逆弹性法则 I

考虑一个消费者，他购买两种被征税的商品 x_1, x_2，同时供给劳动 x_0 换取收入，劳动不被征税。消费者效用最大化问题为：

$$\begin{aligned} \underset{x_0, x_1, x_2}{Max} \quad & U(x_0, x_1, x_2) \\ s.t. \quad & q_1 x_1 + q_2 x_2 = x_0 \end{aligned}$$

其一阶条件为

$$U_0' = -\alpha \tag{1}$$
$$U_1' = \alpha q_1 \tag{2}$$
$$U_2' = \alpha q_2 \tag{3}$$
$$\tag{4}$$

其中 α 是收入的边际效用。

逆弹性法则 II

最优税率是指政府在满足收入约束（筹集 R 单位税收）的情况下最大化消费者效用的消费水平。观察政府的收入约束：

$$R = t_1 x_1 + t_2 x_2$$

商品税率即生产者价格和消费者价格之差，也就是说 $t_i = q_i - p_i, i = 1, 2$。因此政府收入约束可以写作：

$$q_1 x_1 + q_2 x_2 = R + p_1 x_1 + p_2 x_2$$

政府最大化问题为：

$$\begin{aligned} \underset{x_1, x_2}{Max} \quad & U(x_0, x_1, x_2) \\ s.t. \quad & q_1 x_1 + q_2 x_2 = R + p_1 x_1 + p_2 x_2 \end{aligned}$$

逆弹性法则 III

假定商品的需求彼此独立，所以逆需求函数可以表示成 $q_i = q_i(x_i)$。因此对于商品 i 最优数量的一阶条件为：

$$U_i' + U_0'\left[q_i + x_i\frac{\partial q_i}{\partial x_i}\right] + \lambda\left[q_i + x_i\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - p_i\right] = 0$$

其中 λ 是一单位额外政府收入的效用损失。
利用条件 $U_i' = \alpha q_i$ 和 $U_0' = -\alpha$ 可以得到

$$-\alpha x_i\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \lambda t_i + \lambda x_i\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0$$

逆弹性法则 IV

而对于每个商品而言，$\frac{x_i}{q_i}\frac{\partial q_i}{\partial x_i}=\frac{1}{\epsilon_i^d}$，$\epsilon_i^d$ 是商品 i 的需求弹性。重新整理一阶条件，我们可以得到逆弹性法则：

$$\frac{t_i}{p_i+t_i}=-[\frac{\lambda-\alpha}{\lambda}]\frac{1}{\epsilon_i^d}$$

逆弹性法则意味着：

- 对商品 i 征收的税率应该与其需求弹性价格负相关；
- 税收与价格之间的比例应对所有商品相同；
- 背后的直觉是要让无谓损失更低的商品承担更高的税负，即
    - 对必需品（需求弹性低）应该征收高额税收
    - 对奢侈品（需求弹性低）应该征收低税率

拉姆齐法则 I

逆弹性法则具有很强的局限：它要求每种商品的需求仅仅依赖于商品自身的价格。

放松上述假设，并将最优化问题从选择最优商品数量转向选择最优税收。假设

- 只有两种消费品，且对商品 i 的需求函数是

$$x_i = x_i(q), q = (q_1, q_2)$$

- 消费者的效用函数写作

$$U = U(x_0(q), x_1(q), x_2(q))$$

- 政府收入约束为

$$R = \sum_{i=1}^{2} t_i x_i(q)$$

拉姆齐法则 II

最优商品税问题是保证政府选择税率 t_1, t_2，以实现收入目标 R 的情况下最大化消费者效用：

$$\underset{t_1,t_2}{Max} \quad U(x_0(q), x_1(q), x_2(q))$$

$$s.t. \quad R = \sum_{i=1}^{2} t_i x_i(q)$$

写出其拉格朗日函数：

$$L(t_1, t_2, \lambda) = U(x_0(q), x_1(q), x_2(q)) - \lambda[R - \sum_{i=1}^{2} t_i x_i(q)]$$

价格和税率同样满足 $q_i = p_i + t_i$，一阶必要条件为

$$\frac{\partial L}{\partial t_k} \equiv \sum_{i=0}^{2} U_i' \frac{x_i}{\partial q_k} + \lambda[x_k + \sum_{i=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}] = 0$$

拉姆齐法则 III

回忆消费者预算约束：

$$q_1 x_1(q) + q_2 x_2(q) = x_0(q)$$

商品 k 价格的任意变动所引致的需求变动都必须满足这一约束，所以：

$$q_1 \frac{\partial x_1}{\partial q_k} + q_2 \frac{\partial x_2}{\partial q_k} + x_k = \frac{\partial x_0}{\partial q_k}$$

此外消费者的最优选择还满足 $U_0' = -\alpha$ 和 $U_i' = \alpha q_i$。因此最优税收的一阶条件可以写作

$$\alpha x_k = \lambda \Big[x_k + \sum_{i=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \Big]$$

调整后得到

$$\sum_{i=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} = -\Big[\frac{\lambda - \alpha}{\lambda}\Big] x_k$$

拉姆齐法则 IV

斯拉茨基方程将需求变动分解为收入效应与替代效应，因此，商品 k 价格变动对商品 i 需求的影响可以表示为：

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_k} = S_{ik} - x_k \frac{\partial x_k}{\partial I}$$

其中

- S_{ik} 是价格变动的替代效应（沿着无差异曲线的移动）
- $-x_k \frac{\partial x_k}{\partial I}$ 是价格变动的收入效应 (I 代表一揽子收入)

代入斯拉茨基方程有：

$$\sum_{i=1}^{2} t_i \left[S_{ik} - x_k \frac{\partial x_k}{\partial I} \right] = -\left[\frac{\lambda - \alpha}{\lambda} \right] x_k$$

拉姆齐法则 V

化简可得：

$$\sum_{i=1}^{2} t_i S_{ik} = -[1 - \frac{\alpha}{\lambda} - \sum_{i=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i}{\partial I}] x_k$$

因为 $S_{ik} = S_{ki}$，所以

$$\sum_{i=1}^{2} t_i S_{ki} = \theta x_k$$

相比于税前状态，最优税制应使每种商品的补偿需求以同等比率减少。

- 需求对价格变动不敏感的商品（必需品）应该承受更重的税负，以实现相同比例的需求减少。
- 需求对价格变动敏感的商品（奢侈品）应该承受更低的税负，以实现相同比例的需求减少。
- 仅仅是效率原则，而非公平原则。

公平原则 I

考虑一个由两个消费者构成的经济，每个消费者 $h(h=1,2)$ 的特征可以由他们的效用函数描述：

$$U^h = U^h(x_0^h(q), x_1^h(q), x_2^h(q))$$

劳动仍是不征税的计价单位，所有消费者供给单一形式的劳务。政府收入约束由下式给出：

$$R = \sum_{t=1}^{2} t_i x_i^1(q) + \sum_{t=1}^{2} t_i x_i^2(q)$$

政府的政策遵循一个加总的社会福利函数：

$$W = W(U^1(x_0^1, x_1^1, x_2^1), U^2(x_0^2, x_1^2, x_2^2))$$

公平原则 II

商品 k 税收选择的一阶条件是：

$$\frac{\partial L}{\partial t_k} \equiv -\frac{\partial W}{\partial U^1}\alpha^1 x_k^1 - \frac{\partial W}{\partial U^2}\alpha^2 x_k^2 + \tag{5}$$

$$\lambda\left[\sum_{h=1}^{2}\left[x_k^h + \sum_{t=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial q_k}\right]\right] \tag{6}$$

公平原则 III

回忆消费者的预算约束、需求变动和最优选择一阶条件：

$$
\begin{aligned}
&q_1 x_1(q) + q_2 x_2(q) = x_0(q) \\
&q_1 \frac{\partial x_1}{\partial q_k} + q_2 \frac{\partial x_2}{\partial q_k} + x_k = \frac{\partial x_0}{\partial q_k} \\
&\frac{\partial U^h}{\partial} x_1^h = \alpha^h q_k
\end{aligned}
$$

我们可以整理出：

$$
\frac{\partial U^h}{\partial x_0^h}\frac{\partial x_0^h}{\partial q_k} + \frac{\partial U^h}{\partial x_1^h}\frac{\partial x_1^h}{\partial q_k} + \frac{\partial U^h}{\partial x_2^h}\frac{\partial x_2^h}{\partial q_k} = -\alpha^h x_k^h
$$

公平原则 IV

定义消费者 h 收入的社会边际效用 $\beta^h = \frac{\partial W}{\partial U^h}\alpha^h$，则商品 k 税收选择的一阶条件 (5) 可以改写为：

$$\frac{\sum_{t=1}^{2} t_i S_{ki}^1 + \sum_{t=1}^{2} t_i S_{ki}^2}{x_k^1 + x_k^2} = \frac{1}{\lambda}\frac{\beta^1 x_k^1 + \beta^2 x_k^2}{x_k^1 + x_k^2} - 1 + \frac{\left[\sum_{t=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i^1}{\partial I^1}\right] x_k^1 + \sum_{t=1}^{2} t_i \frac{\partial x_i^2}{\partial I^2}\Big] x_k^2}{x_k^1 + x_k^2}$$

公平原则 V

1. 等式左边近似是从初始的无税收状态到引入税制结构后，商品 k 总补偿需求的变动比例
2. 等式右边意味着不同于拉姆齐法则，补偿需求的减少比例并不是对所有商品都相等：
   1. 第一项代表着公平，$\beta^1 \frac{x_k^1}{x_k^1+x_k^2} + \beta^2 \frac{x_k^2}{x_k^1+x_k^2}$ 越大，商品 k 需求减少的比例就很小；
   2. 第二项代表着效率，如果对商品 k 的需求主要来自于那些纳税额随收入变动最大的消费者，这一商品需求的减少比例就应该更小