一．填空题（每空 3 分, 共 18 分）

1. $\int_a^b f'(x+b)\,dx =$ ________________.

2. $\int_0^{+\infty} e^{-2x}dx =$ ________________.

3. 关于级数有如下结论：

   ① 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n (u_n \neq 0)$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u_n}$ 发散.

   ② 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n (u_n \neq 0)$ 发散，则 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u_n}$ 收敛.

   ③ 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都发散，则 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 必发散.

   ④ 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，$\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散，则 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n \pm v_n)$ 必发散.

   ⑤ 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} ku_n$（k 为任意常数）与级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的敛散性相同.

   写出正确结论的序号________________.

4. 设二元函数 $z = xe^{x+y} + (x+1)\ln(1+y)$，则 $dz\big|_{(1,0)} =$ ________________.

5. 若 D 是由 x 轴、y 轴及 $2x + y - 2 = 0$ 围成的区域，则 $\iint_D dxdy =$ ________________.

6. 微分方程 $xy' + y = 0$ 满足初始条件 $y(1) = 3$ 的特解是________________.

二．单项选择题（每小题 3 分, 共 24 分）

1. 设函数 $f(x) = \int_0^x (t-1)(t+2)dt$，则 $f(x)$ 在区间[-3，2]上的最大值为（　　）.

   (A) $-\frac{2}{3}$　　(B) $\frac{10}{3}$　　(C) 1　　(D) 4

2. 设 $I_1 = \iint_D \cos\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma, I_2 = \iint_D \cos(x^2+y^2)d\sigma$，$I_3 = \iint_D \cos(x^2+y^2)^2 d\sigma$，其中 $D = \{(x,y)\,|\,x^2+y^2 \le 1\}$，则有（　　）.

   (A) $I_1 > I_2 > I_3$　　(B) $I_3 > I_2 > I_1$　　(C) $I_2 > I_1 > I_3$　　(D) $I_3 > I_1 > I_2$

3. 设 $u_n > 0, n = 1,2,3\cdots$，若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散，$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ 收敛，则下列结论正确的是(　　).

   (A) $\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n-1}$ 收敛，$\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n}$ 发散　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n}$ 收敛，$\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n-1}$ 发散

   (C) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} + u_{2n})$ 收敛　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} - u_{2n})$ 收敛

4. 函数 $f(x,y)$ 在点 $P(x,y)$ 的某一邻域内有连续的偏导数，是 $f(x,y)$ 在该点可微的(　　)条件.

(A) 充分非必要　(B) 必要非充分　(C) 充分必要　(D) 既非充分又非必要

5. 下列微分方程中，不属于一阶线性微分方程的为(　　).

(A) $xy'-y=\dfrac{x\cos\ln x}{\ln x}$　(B) $xy'\ln x+y=3x(\ln x+1)$，

(C) $(2y-x)y'-y=2x$　(D) $(x^2-1)y'-xy+2=0$

6. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 绝对收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(1+\frac{1}{n})^n a_n$ (　　).

(A) 发散　(B) 条件收敛　(C) 绝对收敛　(D) 不能判定敛散性散

7. 设 $F(x)=\int_x^{x+2\pi}e^{\sin t}\sin t\,dt$，则 $F(x)$ (　　).

(A) 为正常数　(B) 为负常数　(C) 恒为零　(D) 不为常数

8. 设 $u=f(x-y,y-z,t-z)$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial u}{\partial t}=$ (　　).

(A) $2f_1'$　(B) $2f_2'$　(C) $2f_3'$　(D) 0

三. 计算下列各题(共 52 分)

1. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos x-\cos^3 x}\,dx$ (5 分)

2. 求曲线 $y=x^2-2x,\ y=0,\ x=1,\ x=3$ 所围成的平面图形的面积. (6 分)

3. 已知二重积分 $\iint\limits_D x^2 d\sigma$，其中 D 由 $y=1-\sqrt{1-x^2}, x=1$ 以及 $y=0$ 围成.

（Ⅰ）请画出 D 的图形，并在极坐标系下将二重积分化为累次积分；（3 分）

（Ⅱ）请在直角坐标系下分别用两种积分次序将二重积分化为二次积分；（4 分）

(Ⅲ) 选择一种积分次序计算出二重积分的值.（4 分）

4. 设函数 $u=f(x,y,z)$ 有连续偏导数，且 $z=\varphi(x,y)$ 是由方程 $xe^z-ye^y=ze^z$ 所确定的二元函数，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial u}{\partial y}$ 及 du .（8 分）

5. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{2n}$ 的收敛域及和函数 S(x).（8 分）

6. 求二元函数 $f(x,y)=(x^2+y)e^{2y}$ 的极值.（8 分）

7. 求微分方程 $y'' + 2y' = e^{-2x}$ 的通解，及满足初始条件 $f(0)=1,\ f'(0)=0$ 的特解. (6 分)

四. 假设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f'(x)\le 0$，记

$F(x)=\dfrac{1}{x-a}\int_a^x f(t)\,dt$，证明在 (a,b) 内 $F'(x)\le 0$.（6 分）