

财政金融学
第 6 讲
利率及债券价值分析

April 1, 2025

目录

- 1 债券和债券定价
- 2 利率
- 3 年金
- 4 投资决策方法（收益率）
- 5 投资债券的风险
- 6 债券定价
- 7 利率风险的衡量
- 8 利率行为
 - 宏观经济动态与公司债券市场
- 9 利率的风险结构和期限结构

利息与利率的区分

- 利息 (interest) 是一笔钱
- 利率 (interest rate) 是一个比值——利息与本金 (principle) 的比值

债券和债券定价

债券种类

- 1. 普通贷款。我们刚刚讨论的就是普通贷款。贷款人向借款人提供一定数量的资金, 借款人必须在到期日向贷款人归还本金, 并支付额外的利息。许多货币市场工具都属于这种类型, 例如, 对企业发放的商业贷款。
 - 2. 固定支付贷款 (fixed-payment loan, 也称为分期偿还贷款, fully amortized loan)。贷款人向借款人提供一定数量的资金, 在约定的若干年度内, 借款人每个期间 (例如每月) 偿还固定的金额, 其中既包括本金, 也包括利息。例如, 如果你借款的金额为 1000 美元, 固定支付贷款可能要求你在 25 年中, 每年偿还 126 美元。分期贷款 (例如汽车贷款) 与抵押贷款通常都属于这种类型。
 - 3. 息票债券 (coupon bond)。这种债券在到期日之前每年向债券持有人支付固定金额的利息 (息票利息), 到期时再偿还事先规定的最终金额 (债券面值, face value, par value)。(之所以称为息票债券, 是因为过去债券持有人通常从债券上撕下所附的息票, 送交债券发行人, 后者见票后向持有人支付利息。今天, 持有人已经不需要再通过寄送息票来领取利息了。) 例如, 10 年期面值为 1000 美元的息票债券, 可能每年向持有人支付 100 美元的息票利息, 在到期日再向持有人偿还 1000 美元的面值。(债券的面值通常都为 1000 美元的倍数。)
- 息票债券的特征包括以下四个方面的信息。第一是债券的面值; 第二是发行债券的公司或政府机构; 第三是债券的到期日; 第四是债券的息票利率 (coupon rate), 即每年

支付的息票利息占债券面值的百分比。在我们的例子中, 每年的息票利息为 100 美元, 面值为 1000 美元, 息票利率就等于 $100 \text{ 美元} / 1000 \text{ 美元} = 0.10$, 或 10%。美国联邦政府发行的长期国债与中期国债以及企业债券都属于息票债券。

- 4. 贴现发行债券 (discount bond, 又称零息债券, zero-coupon bond)。这种债券的购买价格低于其面值 (贴现发行), 到期时按照面值偿付。与息票债券不同, 贴现发行债券没有任何利息, 发行人只需偿还债券面值。例如, 面值为 1000 美元的贴现发行债券可能只需 900 美元就可以买到, 1 年后债券持有人将会被偿付 1000 美元的面值。美国联邦政府国库券、储蓄债券与长期零息债券都属于贴现发行债券。

什么是息票？



IM NOMINAL BETRAG VO

Authorised by Imperial Edict of 2nd March 1898 officially communicated by the
Tsung-Li-Yamèn to the British and German Legations in Peking secured upon
the revenues of the Imperial Maritime Customs of the Treaty Ports of China
and also by a first Charge upon the Lekin revenues of certain Ports and Districts
of China and having priority over any future Loans, Charges and Mortgages.

Bond for £ 25 Sterling.

The Bearer of this Bond is entitled to receive from the Imperial Government
of China the sum of

Twenty five Pounds Sterling

with interest thereon from the 1st March 1898 at the rate of Four and a half per cent
per annum.

The Interest will be payable on 1st March and 1st September of each year. The
principal will be payable on the 1st March next after this Bond shall be drawn for

- 经由 1898 年 3 月 2 日的帝国诏令正式授权，由驻北京的总理衙门向英国及德国使馆通告，本债券由中国各通商口岸的帝国海关税收担保，并且在未来所有贷款、费用和抵押债务之前，优先由中国若干口岸和地区的厘金收入作为第一抵押予以担保。
- 债券金额为 25 英镑。
- 本债券的持有人有权自中国帝国政府处获得 25 英镑的款项。
- 债券自 1898 年 3 月 1 日起按年利率 4.5% 支付利息。
- 利息每年于 3 月 1 日及 9 月 1 日支付。

payable in London at the office of the Hongkong and Shanghai Banking Corporation or in Berlin at the office of the Deutsch-Asiatische Bank and at the other places named on the back hereof.

11 s. 3 d.

payable in London at the office of the Hongkong and Shanghai Banking Corporation or in Berlin at the office of the Deutsch-Asiatische Bank and at the other places named on the back hereof.

11 s. 3 d.

Chinese Imperial Government

$4\frac{1}{2}\%$ ¹⁹⁰⁹ ~~Gold~~ Loan of 1898.

Coupon No. 88 Bond A. No 008581

for Eleven shillings and threepence

being a half-year's interest due 1st March 1942,

payable in London at the office of the Hongkong and Shanghai Banking Corporation or in Berlin at the office of the Deutsch-Asiatische Bank and at the other places named on the back hereof.

11 s. 3 d.

Chinese Imperial Government

$4\frac{1}{2}\%$ ¹⁹⁰⁹ ~~Gold~~ Loan of 1898.

Coupon No. 73 Bond A. No 008581

for Eleven shillings and threepence

being a half-year's interest due 1st September 1934,

payable in London at the office of the Hongkong and Shanghai Banking Corporation or in Berlin at the office of the Deutsch-Asiatische Bank and at the other places named on the back hereof.

11 s. 3 d.

Chinese Imperial Government

$4\frac{1}{2}\%$ ¹⁹⁰⁹ ~~Gold~~ Loan of 1898.

Coupon No. 87 Bond A. No 008581

for Eleven shillings and threepence

being a half-year's interest due 1st September 1941,

payable in London at the office of the Hongkong and Shanghai Banking Corporation or in Berlin at the office of the Deutsch-Asiatische Bank and at the other places named on the back hereof.

11 s. 3 d.

Chinese Imperial Government

$\frac{1}{2}\%$ ¹⁹⁰⁹ ~~Gold~~ Loan of 1898.

Coupon No. 72 Bond A. No 008581

for Eleven shillings and threepence

being a half-year's interest due 1st March 1934,

payable in London at the office of the Hongkong and Shanghai Banking Corporation or in Berlin at the office of the Deutsch-Asiatische Bank and at the other places named on the back hereof.

11 s. 3 d.

- 中国帝国政府
- 1898 年二分之一厘黄金借款债券
- 息票编号：72 债券编号：A.No.008581
- 金额为 11 先令 3 便士 (11s. 3d.) 为截至 1934 年 3 月 1 日的半年度利息
- 在伦敦的汇丰银行 (Hongkong and Shanghai Banking Corporation) 办公室或柏林的德华银行 (Deutsch-Asiatische Bank) 办公室，以及债券背面列明的其他地点支付。



17

國民三十一年同盟勝利公債

財政部
部長 孔祥熙

憑此息票
於民國三十一年
二月三十日
向中央銀行
或中央銀行
託之銀行
領取利息
國幣拾五
元整

049080

伍百

- 到期收益率 (yield to maturity): 使债务工具所有未来回报的现值与其今天的价值相等的利率。
 - 其实就是内部收益率

普通贷款的到期收益率

如果彼得向他的姐姐借了 100 美元，姐姐要求他 1 年后还 110 美元。这笔贷款的到期收益率是多少？这笔贷款的到期收益率是 10%。

$$PV = \frac{CF}{(1+i)^n}$$

其中, PV = 借款金额 = \$100 CF = 1 年后的现金流 = \$110 n = 年数 = 1
因此,

$$\$100 = \frac{\$110}{(1+i)}$$

$$(1+i) \times \$100 = \$110$$

$$1+i = \frac{\$110}{\$100}$$

$$i = 1.10 - 1 = 0.10 = 10\%$$

固定支付贷款的到期收益率

你决定要购买一栋新房子，需要借入 10 万美元的抵押贷款。你从银行的贷款利率为 7%。
要想在 20 年还完贷款，每年需要还多少钱？

每年需要向银行偿还 9439.29 美元。

$$LV = \frac{FP}{(1+i)} + \frac{FP}{(1+i)^2} + \frac{FP}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{FP}{(1+i)^n}$$

其中, LV = 贷款金额 = 10 万美元; i = 年利率 = 0.07; n = 年数 = 20。

因此,

$$\$100000 = \frac{FP}{(1+0.07)} + \frac{FP}{(1+0.07)^2} + \frac{FP}{(1+0.07)^3} + \cdots + \frac{FP}{(1+0.07)^{20}}$$

要计算每年 * 的偿付金额, 就需要利用财务计算器了: n = 年数 = 20 PV = 贷款金额
(LV) = 10 万美元 FV = 20 年后的贷款金额 = 0 i = 年利率 = 0.07

点击 PMT 键, 得到每年固定的偿付金额 (FP), 即 9439.29 美元。

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{C}{(1+i)^{10}} + \frac{F}{(1+i)^{10}}$$

- 其中, P 为息票债券的现价; C 为每年的息票利息; F 为债券的面值; n 为距到期日的年数。
- 息票利息、面值、期限与债券价格都是已知的, 只有到期收益率未知, 我们可以从这个公式中求解出到期收益率 i 。

求解息票利率为 10%、面值为 1000 美元、到期收益率为 12.25%、还有 8 年到期的债券的价格。

解答债券价格为 889.20 美元。利用财务计算器: n = 距离到期日的年限 = 8 FV = 债券面值 (F) = 1000 i = 年利率 = 12.25% PMT = 年息票利息 (C) = 100

点击 PV 键, 得到债券价格为 889.20 美元。此外, 如果债券价格已知, 求解到期收益率, 即 PV 为 889.20 美元, 则点击 i 键得到到期收益率为 12.25%。

永续债券的到期收益率

如果债券的价格为 2000 美元, 永久地每年支付 100 美元利息, 它的到期收益率是多少?
解答它的到期收益率为 5% 。

$$i_c = \frac{C}{P_c}$$

其中, C = 年息票利息 = \$100 ;

P_c = 永续债券或统一公债的价格 = \$2000 。

于是,

$$i_c = \frac{\$100}{\$2000}$$

$$i_c = 0.05 = 5\%$$

贴现发行债券的到期收益率 I

1 年期 1000 美元的国库券如果售价是 900 美元, 它的到期收益率是多少?

解答: 它的到期收益率为 11.1%。利用现值公式:

$$PV = \frac{CF}{(1+i)^n}$$

其中, 现值 (PV) 为当前的价格 900 美元, 1 年后的现金流量为 1000 美元, 年数为 1, 由此可以得到:

$$\$900 = \frac{\$1000}{1+i}$$

求解 i , 可以得到

$$(1+i) \times \$900 = \$1000$$

$$\$900 + \$900i = \$1000$$

$$\$900i = \$1000 - \$900$$

$$i = \frac{\$1000 - \$900}{\$900} = 0.111 = 11.1\%$$

利率

真实世界中的各种利率



- 单利 (simple interest): 利息不计入本金, 利息不会产生利息
 - 初始本金 A 存 n 年, 且每年的利率都是 r , 最后能得到 $A(1 + nr)$
- 复利 (compound interest): “利滚利”, 产生的利息收入会被计入本金, 也产生利息
 - 初始本金 A 存 n 年, 每年利率 r , 每年仅复利一次, 最后得到的金额为 $A(1 + r)^n$
 - 如果每年复利 m 次, 则最后得到的金额为

$$A \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}$$

- 连续复利 (continuous compounding): 每年计复利的频率无限大, 每一瞬间获得的利息收入都立即开始产生利息

$$\lim_{m \rightarrow \infty} A \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} = \lim_{m \rightarrow \infty} A \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{r} \cdot nr} = Ae^{nr}$$

- 几个符号：

- 累积因子 $a(t)$: 单位本金在时刻 t 的累积值, $a(0) = 1$ 。总量函数 $A(t)$: 投资 K 在时刻 t 的累积值, $A(0) = K \times a(t), A(0) = K$ 。

- 实际利率：某一度量期上的实质利率，是指该度量期内得到的利息金额与此度量期开始时投资本金金额之比。通常实质利率用字母 i 来表示。

- 例：某人到银行存入 1000 元，第一年末他存折上的余额为 1050 元，第二年末他存折上的余额为 1100 元，问：第一年、第二年银行存款的实质利率分别是多少？

显然 $A(0) = P = 1000, A(1) = P \times a(1) = 1050, A(2) = P \times a(2) = 1100$;

因此 $I_1 = A(1) - A(0) = 50, I_2 = A(2) - A(1) = 50$

$$i_1 = \frac{I_1}{A(0)} = \frac{50}{1000} = 5\%, \quad i_2 = \frac{I_2}{A(1)} = \frac{50}{1050} = 4.762\%$$

“72 法则”

- 在计算利率时, 有个叫“72 法则”的简单经验法则很好用。它说的是, 在每年复利一次的情况下, 如果需要知道多少年可以把本金翻番, 只需要用 72 除以年利率与 100 的乘积, 得到的商即是所求年数。举个例子, 如果年利率是 6%, 由于 $72 \div 6 = 12$, 所以只需要 12 年就能把本金翻番。如果年利率是 9% 而非 6%, 则本金翻番的年数就变成 $8 (= 72 \div 9)$ 年。这是一个近似法则, 但在多数情况下够用了。
- 当每年复利一次的时候, 要求数量翻番, 也就是要求 $(1 + r)^t = 2$, 其中的 t 就是翻番所需的年数。
- 对这个公式两边取对数有 $t \ln(1 + r) = \ln 2$ 。当 r 比较小的时候, 有近似关系 $\ln(1 + r) \approx r$ 成立, 因此, $t \approx \frac{\ln 2}{r}$ [将 $\ln(1 + r)$ 在 $r = 0$ 处做泰勒展开可得: $\ln(1 + r) = \ln 1 + r + \dots$ 。略去二阶及更高阶项, 就得到近似规则 $\ln(1 + r) \approx r$]。
- 而 $\ln 2 \approx 0.693$, 所以, 更精确的近似法则是应该用 69 或 70 来除以年利率与 100 的乘积, 以得到翻番的年数。
- 72 这个数可以被很多整数除尽 (72 可被 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 除尽), 所以用起来更方便。
- 但如果利率是连续复利, 那么用数字 69.3 会更精确。

- 前文中问的问题是，如果按照某个年利率进行投资，在未来的某个时期能够得到多少钱？这个问题也可以反过来问：在某个利率下，为了在未来某个时点得到一定数量的资金，现在应该准备多少钱？
- 可以用公式严格描述这两个问题。我们用 FV 表示未来值 (future value, 又叫终值)，用 PV 表示现值 (present value)，在每年复利一次的情况下有

$$\begin{aligned} FV &= PV(1 + r)^n & PV &= \frac{FV}{(1 + r)^n} \\ FV &= PV \cdot e^{rn} & PV &= FV \cdot e^{-rn} \end{aligned}$$

- 利率又被叫做资金的时间价值 (time value of money)
 - 用利率来计算未来一笔资金在当前的价值，叫做贴现 (discount)
 - 用来将未来的资金折算为现值的利率叫做贴现率 (discount rate)

- 实际贴现率：一个度量期上的实质贴现率为该度量期内产生的利息金额与期末的积累值之比。通常用字母 d 来表示实质贴现率。
- 假设期初投资本金为 P , 则有

$$d = \frac{P \times a(1) - P}{A(1)} = \frac{I_1}{P \times a(1)}$$

- 为了帮助理解，我们来看一个例子。假设张三到一家银行去，以年实质利率 10% 向银行借款 100 元，为期一年，则银行将付给张三 100 元，一年后，张三将还给银行原始贷款（即本金）100 元，外加 10 元的利息，共计 110 元。假如不是以年实质利率 10% 而是以年实质贴现率 10% 向银行借 100 元，为期一年，则银行将预收 10%（即 10 元）的利息，而仅付给张三 90 元。一年后，张三将还给银行 100 元。

例：某人到银行存入 1000 元，第一年末他存折上的余额为 1050 元，第二年末他存折上的余额为 1100 元，问：第一年、第二年银行存款的实质贴现率分别是多少？

$$d_1 = \frac{P \times a(1) - P}{A(1)} = 50/1050 = 4.762\%$$

$$d_2 = \frac{P \times a(2) - P \times a(1)}{A(2)} = 50/1100 = 4.55\%$$

例：某人到银行贷款，贷款期限为 1 年。银行还款有两种可选方式：第一种方式为，本金和利息在一年后一起还；另一种方式为，先还利息，本金在一年后还。已知这两种方式下的相应的利率是等价的，对该借款人来说，根据他所需要借的款项和相应的利率，计算出在两种方式下所需要支付的利息分别为 840 元和 800 元，求这两种还款方式下的利率和该人的贷款额。

由题设, 很显然银行提供的两种方式对应的利率分别为年度实质利率和实质贴现率, 我们设实质利率为 i , 实质贴现率为 d , 设贷款额为 L , 于是

$$I = L \times i = 840, D = L \times d = 800$$

从而

$$1 + i = 840/800 = 1.05, \quad i = 5\%$$

于是

$$d = i/(1 + i) = 5/105 = 4.76\%$$

$$L = 840/5\% = 16800 \text{ (元)}$$

即银行贷款的实质利率为 5%, 实质贴现率为 4.76%, 贷款人向银行贷款的金额为 16800 元。

- 我们用符号 $i^{(m)}$ 记每一时期付 m 次利息的名义利率。
- 所谓名义利率 $i^{(m)}$, 是指每 $1/m$ 个度量期支付利息一次, 而在每 $1/m$ 个度量期上的实质利率为 $i^{(m)}/m$ 。
- 也就是说, 某度量期上的名义利率为 $i^{(m)}$ 的意思是每 $1/m$ 个度量期上的实质利率为 $i^{(m)}/m$ 。
- 例如: 若一年为一个度量期, $i^{(4)} = 8\%$ 的名义利率指的是每季度的实质利率为 2% , 称作每年计息 4 次的年名义利率为 8% 或季度转换名义利率为 8% 。

- 名义利率 $i^{(m)}$ 和等价的实际利率 i 之间的关系:

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

$$i^{(m)} = m \left[(1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right]$$

- 问题: 1 年期实际利率为 8%, 计息 4 次, 名义利率是多少?

$$1 + 0.08 = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{4}\right)^4$$

- 类似地, 用符号 $d^{(m)}$ 记每一度量期付 m 次利息的名义贴现率。所谓名义贴现率 $d^{(m)}$, 是指每 $1/m$ 个度量期支付利息一次, 而在每 $1/m$ 个度量期上的实质贴现率为 $d^{(m)}/m$ 。
- 名义贴现率 $d^{(m)}$ 和等价的实际贴现率 d 之间的关系:

$$1 - d = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$$
$$d = 1 - \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$$
$$d^{(m)} = m \left[1 - (1 - d)^{\frac{1}{m}}\right] = m \left(1 - v^{\frac{1}{m}}\right)$$

例：(1) 求与实质利率 8% 等价的每年计息 2 次的年名义利率以及每年计息 4 次的年名义贴现率；

(2) 已知每年计息 12 次的年名义贴现率为 8%，求等价的实质利率；

(3) 已知 $i^{(3/2)} = 8\%$ ，求等价的 $d^{(12)}$ 。

解：(1)

$$\left(1 + \frac{i^{(2)}}{2}\right)^2 = 1 + i = 1 + 8\%$$

$$i^{(2)} = \left[(1 + 8\%)^{1/2} - 1\right] \times 2 = 7.85\%$$

$$\left(1 - \frac{d^{(4)}}{4}\right)^{-4} = 1 + i = 1.08$$

$$d^{(4)} = 4 \left[1 - (1.08)^{-1/4}\right] = 7.623\%$$

(2)

$$\begin{aligned}1 + i &= \left(1 - \frac{d^{(12)}}{12}\right)^{-12} \\&= \left(1 - \frac{8\%}{12}\right)^{-12} \\&= 1.0836 \\i &= 8.36\%\end{aligned}$$

(3) 因为 $\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = \left(1 - \frac{d^{(p)}}{p}\right)^{-p}$, 此时 $m = 3/2, p = 12$, 所以有

$$\left(1 - \frac{d^{(12)}}{12}\right)^{-12} = \left(1 + \frac{8\%}{3/2}\right)^{3/2}$$

$$1 - \frac{d^{(12)}}{12} = \left(1 + \frac{8\%}{3/2}\right)^{-3/24}$$

$$d^{(12)} = 12 \times \left[1 - \left(1 + \frac{8\%}{3/2}\right)^{-3/24}\right] = 7.77\%$$

求 1 万元按每年计息 4 次的年名义利率 6% 投资 3 年的积累值。

$$\begin{aligned} A(3) &= 10000a(3) = 10000(1+i)^3 \\ &= 10000 \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4}\right)^{3 \times 4} = 10000 \left(1 + \frac{6\%}{4}\right)^{12} \\ &= 10000(1.015)^{12} = 11956.2 \text{ (元)} \end{aligned}$$

例: 以每年计息 2 次的年名义贴现率 10%, 在 6 年后支付 5 万元, 求其现值。

解:

记现值为 PV , 则

$$A(6) = PV \times a(6)$$

于是 $PV = A(6) \times a^{-1}(6) = 50000(1 - d)^6$

$$= 50000 \left(1 - \frac{d^{(2)}}{2}\right)^{2 \times 6}$$

$$= 50000(1 - 5\%)^{12} = 50000(0.95)^{12}$$

$$= 27018(\text{元})$$

名义利率和名义贴现率之间的关系：

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = 1 + i = \left(1 - \frac{d^{(n)}}{n}\right)^{-n} \quad (\text{对于任意的 } m, n)$$

若 $m = n$, 则上式变为：

$$1 + \frac{i^{(m)}}{m} = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-1}$$

若 $m = 1$, 则 $i^{(m)} = i$ 为实质利率; 若 $n = 1$, 则 $d^{(n)} = d$ 为实质贴现率。

$i^{(m)}$ 与 $d^{(m)}$ 的关系：

$$\frac{i^{(m)}}{m} - \frac{d^{(m)}}{m} = \frac{i^{(m)}}{m} \cdot \frac{d^{(m)}}{m}$$

- 前面定义的各种利息度量都是用来度量在一定时间区间内的利息的。实质利率和实质贴现率度量的是一个度量期内的利息，而名义利率和名义贴现率则用来度量在 $1/m$ 个度量期内的利息。
- 在很多情况下，我们还需要度量在任一时间点上的利息，或者说在无穷小时间区间上的利息。利息强度就是用来度量在各个时间点上的利息的。
- 考虑投资一笔资金，设在时刻 t 的资金金额由总量函数 $A(t)$ 给出，这笔资金的变化完全是由于利息的原因，即既不追加新的投资也不撤回原有资金。
- 利息强度的定义：

$$\delta_t = A'(t)/A(t) = a'(t)/a(t) \quad (1)$$

显然, δ_t 为利息在时刻 t 的一种度量, 并且由定义可以看出, δ_t 为 t 时单位资金的变化率。

将上式变形, 有

$$\delta_t = \frac{d}{dt} \ln A(t) = \frac{d}{dt} \ln a(t)$$

用 r 代替 t , 然后将上式两端在 0 到 t 上积分, 有

$$\int_0^t \delta_r dr = \int_0^t d \ln A(r) = \ln A(r)|_0^t = \ln \frac{A(t)}{A(0)}$$

从而

$$\exp \left(\int_0^t \delta_r dr \right) = A(t)/A(0) = a(t)/a(0) = a(t)$$

另外, 由式 (1) 可得

$$A(t)\delta_t = A'(t)$$

将上式两端在 0 到 n 上积分, 得

$$\int_0^n A(t)\delta_t dt = \int_0^n A'(t)dt = A(t)|_0^n = A(n) - A(0)$$

上式也可作如下解释: $A(n) - A(0)$ 为在 n 个度量期内获得的利息, 而微分表达式 $A(t)\delta_t dt$ 则可看成是利息强度为 δ_t 的情况下, 资金 $A(t)$ 在 t 时刻获得的利息, 将此表达式在 0 到 n 上积分, 就给出了 n 个度量期内获得的利息总额。

例：如果 $\delta_t = 0.1 + 0.02t, 0 \leq t \leq 2$, 确定投资 1000 元在第 1 年末的积累值和第 2 年内的利息金额。

解：

$$\begin{aligned} A(1) &= 1000a(1) = 1000 \exp \left(\int_0^1 \delta_t dt \right) \\ &= 1000 \exp \left(\int_0^1 (0.1 + 0.02t) dt \right) \\ &= 1000e^{0.11} \\ &= 1116.29 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= A(2) - A(1) = 1000 \exp \left(\int_0^2 (0.1 + 0.02t) dt \right) - A(1) \\ &= 1000 (e^{0.14} - e^{0.11}) = 34.00 \text{ (元)} \end{aligned}$$

假设 δ_n 为从投资日算起的第 n 个时期上的常数利息强度, 即

$$\delta_t = \delta_n, \quad n-1 \leq t < n$$

$$\begin{aligned} \text{那么, } a(t) &= \exp\left(\int_0^1 \delta_1 \, dr\right) \exp\left(\int_1^2 \delta_2 \, dr\right) \cdots \exp\left(\int_{t-1}^r \delta_t \, dr\right) \\ &= e^{\delta_1} e^{\delta_2} \cdots e^{\delta_t} \end{aligned}$$

于是

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{a(n)}{a(n-1)} - 1 = e^{\delta_n} - 1$$

为第 n 个时期上的实质利率。

- 当利息强度为常数时, i 和 δ 的关系:

$$e^{\delta} - 1 = i \quad \delta = \ln(1 + i)$$

- 名义利率 $i^{(m)}$ 也放进来:

$$\left[1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right]^m = 1 + i = v^{-1} = (1 - d)^{-1} = \left[1 - \frac{d^{(n)}}{n}\right]^{-n} = e^{\delta}$$

名义利率、名义贴现率和利息强度：

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{\frac{d}{dt}a(t)}{a(t)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(t+h) - a(t)}{ha(t)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+i)^{t+h} - (1+i)^t}{h(1+i)^t} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+i)^h - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} i^{(\frac{1}{h})} = \lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)}\end{aligned}$$

其中 $m = 1/h$ 。由于 $i^{(m)}$ 是指每 $1/m$ 个度量期计息一次的名义利率, 故 δ 可理解为连续计息的名义利率。

根据名义利率和名义贴现率之间的关系：

$$i^{(m)} = d^{(m)} + \frac{i^{(m)} \cdot d^{(m)}}{m}$$

得到：

$$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[d^{(m)} + \frac{i^{(m)} \cdot d^{(m)}}{m} \right] = \lim_{m \rightarrow \infty} d^{(m)}$$

利息强度等于连续计息的名义利率。

- 例: 已知年度实质利率为 8%, 求等价的利息强度。

- 解:

$$\delta = \ln(1 + i) = \ln 1.08 = 7.7\%$$

- 例: 一笔业务按利息强度 6% 计息, 求投资 500 元, 经 8 年的积累值。

解: 积累值 $= 500e^{8\delta} = 500e^{0.48} = 808.04$ (元)

未知时间问题：

例：预定在今后 10 年内，每年末付款 1000 元，并在第 10 年末另外付款 10000 元（即第 10 年末总共付款 11000 元），假设实质年利率为 6.75%，试确定一个一次付款 20000 元的时刻，使这次付款与上面四次付款之和等价。

$$20000v^t = 1000(v + v^2 + \cdots + v^{10}) + 10000v^{10}$$

$$20v^t = v + v^2 + \cdots + 11v^{10} = 12.31$$

于是 $t = \ln(12.31/20)/\ln v = 7.43$ 。

未知利率问题

例：某人 8 年前投资 15000 元, 该项投资目前已经积累到 35000 元, 问该人这项 8 年的投资的季度转换名义利率为多少?

解：价值方程为：

$$15000 \left(1 + \frac{i^{(4)}}{4} \right)^{4 \times 8} = 35000$$

从而

$$i^{(4)} = 4 \left[\left(\frac{35000}{15000} \right)^{1/32} - 1 \right] = 10.73\%$$

例：某人现在投资 3000 元，2 年后再投资 6000 元，这两笔投资将在 4 年后积累至 15000 元，问实质利率是多少？

年金

- 所谓年金是指一系列按照相等时间间隔支付的款项。年金最初指的是每年支付一次的一系列支付，后来范围扩大了，只要是相邻两次支付的时间间隔相同的一系列支付，都可以称之为年金。
- 年金在经济生活中有很广泛的应用，如按月领取的工资、按月交的房租、按年交的学费、分期支付的保险费、以及小孩每年得的压岁钱都可以形成年金。按照年金的期限是否确定，可以将年金划分为确定年金和不确定年金。
- 所谓确定年金是指年金的期限是确定的，如期限为 10（期）、20（期）的年金，有时称它们为 10 期年金、20 期年金，这一类年金也包括期限是无穷期的，即所谓的永续年金，因为无穷也被理解为一定数，只是这个数是无穷大罢了；
- 不确定年金则是指年金的期限是不确定的、事先未知的，如生命年金。生命年金以年金受领者生存为条件，只要生存，就可以按照一定的时间间隔领取相应的款项，直到死亡为止。因为人的死亡时间是未知的，所以事先不能知道年金最终的期限，因此为不确定年金。
 - “保险精算”无非是在利息理论的基础上增加了生命表（死亡表）的内容。

- 我们将利率为常数、计息频率与付款频率一致且每次付款为 1 的年金称为基本年金。对于其他条件相同，每次等额付款，但是付款额为 C 的 ($C \neq 1$) 年金，我们称之为系数为 C 的基本年金，在不致引起混淆的情况下，也可以简单称之为基本年金。其他年金为一般年金。

期末付年金

- 在每个付款期末付款的基本年金为期末付年金，又称延付年金。 n 期延付年金的付款情况如下图所示：

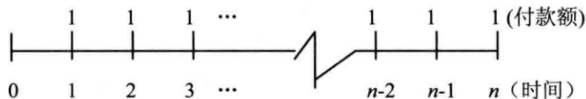


图 (2-1) n 期延付年金的付款情况图

- 年金的各次付款均发生在各期期末。我们用符号 $a_{\overline{n}|i}$ 表示 n 期延付年金的现值。用符号 $s_{\overline{n}|i}$ 表示 n 期延付年金的终值，其中 i 为每期的利率。
- 投资 1 产生的现金流：

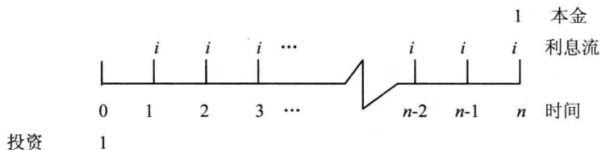


图 2-2 在利率条件 i 下，投资 1 产生的现金流图

- 由价值相等原则，可以知道，时间数轴上方的现金流（利息流 + 本金）的现值与时间数轴下方的现金流（投资本金 1）相等，即均为 1。注意到上方的利息流正好形成一项系数为 i 的 n 期期末付年金，而归还的本金 1 的现值为 v^n ，所以有：

$$1 = ia_{\overline{n}|i} + v^n$$

$$a_{\overline{n}|i} = v + v^2 + \cdots + v^n = \frac{1 - v^n}{i}$$

$$s_{\overline{n}|i} = 1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \cdots + (1 + i)^{n-1} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

例：计算年利率为 2.5% 的条件下，每年年末投资 3000 元，投资 20 年的现值及积累值。

现值： $3000a_{\overline{20}|i} = 46767.49$ 元

累积值： $3000s_{\overline{20}|i} = 76633.97$ 元

- 在每个付款期的期初付款的年金为期初付年金。

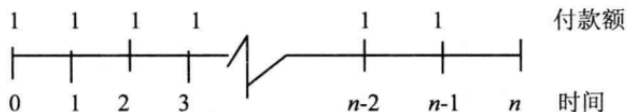


图 2-3 初付年金付款情况图

$$\ddot{a}_{\overline{n}|i} = 1 + v + v^2 + \cdots + v^{n-1} = \frac{1 - v^n}{d}$$

$$\ddot{s}_{\overline{n}|i} = (1 + i) + (1 + i)^2 + \cdots + (1 + i)^n = \frac{(1 + i)^n - 1}{d}$$

- 前面所讨论的年金都是假定期限为一有限数。然而年金的期限也可以是无限制的，我们把期限无限的即付款永远持续的年金称为永续年金。

$$a_{\infty|i} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - v^n}{i} = 1/i \quad (i > 0)$$

例: 在利率为 i 时, 某人存入银行 10000 元, 然后每年年末从银行支取 1000 元, 共支取 12 年, 恰好支取完毕, 计算 i 值。

$$1000 \frac{1 - (\frac{1}{1+i})^{12}}{i} = 10000$$
$$1 - (\frac{1}{1+i})^{12} = 10i$$

工作簿1 - Excel

文件 开始 插入 绘图 页面布局 公式 数据 审阅 视图 开发工具 加载项 帮助 Choice数据 Acrobat 百度网盘 告诉我

获取数据 全部刷新 排序 筛选 清除 重新应用 分列 模拟分析 预测 工作表 数据工具 预测 分析

获取和转换数据 查询和连接 排序和筛选 数据工具 预测 分析

规划求解

A1 =1-10*B1-(1/(1+B1))^12

8.61E-07 0.029228

通过更改可变单元格(B) \$B\$1

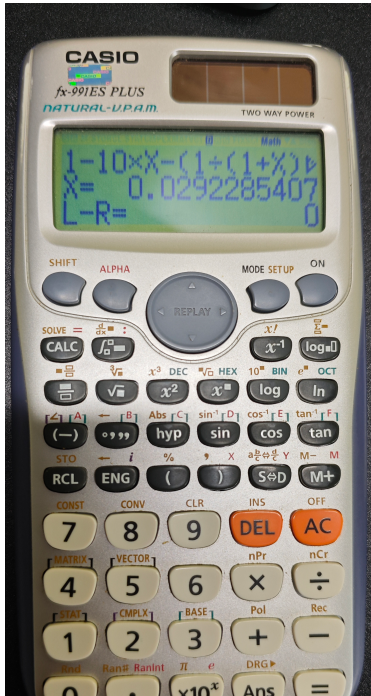
遵守约束(U) \$B\$1 >= 0.00001

使无约束变量为非负数(G) ☒

选择求解方法(E) 非线性 GRG 选项(P)

求解方法
为光滑非线性规划求解问题选择 GRG 非线性引擎。为线性规划求解问题选择单纯性规划引擎，并为非光滑规划求解问题选择演化引擎。

帮助(H) 求解(S) 关闭(Q)



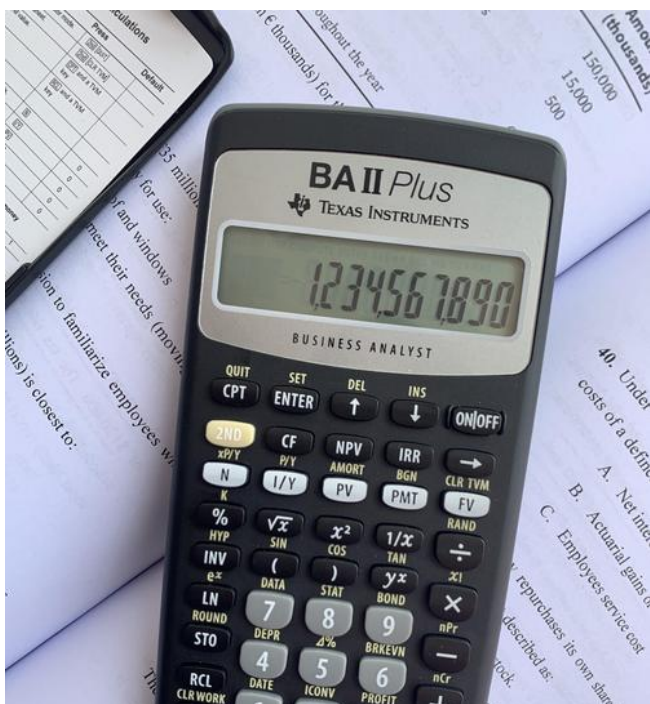
```
import numpy as np
from scipy.optimize import fsolve

# 定义要求解的方程
def equation(x):
    return 1 - 10*x - (1/(1+x))**12

# 调用fsolve函数来求解方程的根
root = fsolve(equation, 0.1) # 这里传入初始值为0.1

print("方程的根为:", root[0])
```

方程的根为: 0.02922854076913316



付款频率与计息频率不同的年金

例: 某人计划每年末存入银行 10000 元, 一共 10 年, 第一次存款计划在第 1 年末。假设银行月度转换的存款利率为 6%, 求在第 10 年末全部存款的积累值。

因为月度转换名义利率为 6%, 所以年度实质利率

$$i = (1 + 6\%/12)^{12} - 1 \approx 6.17\%$$

从而积累值为

$$10000s_{\overline{10}|i} = 132864.99$$

例: 某人贷款 100000 元, 期限为 10 年, 每月末还款一次, 每次还款额相等, 贷款年实质利率为 10%, 计算每次还款额。

解: 因为还款每月进行, 所以先计算出月度实质利率 j 。

由 $(1 + j)^{12} = 1 + 10\%$, 有

$$j = (1.1)^{1/12} - 1 = 0.7974\%$$

设每次还款额为 R , 则有

$$R = 100000 \times \frac{1}{a_{\overline{120}|j}} = 1297.75 \text{ (元)}$$

即每月需还款 1297.75 元。

投资决策方法 (收益率)

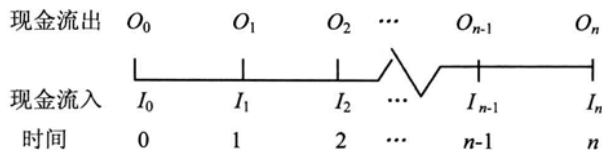


图 3-1 投资记录时间图

表 3-1 原始记录表(单位: 万元)

日期	投资支出 O_t	投资回报 I_t
2014-1-1	100	
2015-1-1	80	
2016-1-1	10	20
2017-1-1	10	30
2018-1-1	10	40
2019-1-1	10	50
2020-1-1	10	60
2021-1-1	10	70
2022-1-1	10	80
2023-1-1	10	90
2024-1-1		120
总计	260	560

表 3-2 净现金流表(单位: 万元)

时刻 t	C_t	R_t
0	100	-100
1	80	-80
2	-10	10
3	-20	20
4	-30	30
5	-40	40
6	-50	50
7	-60	60
8	-70	70
9	-80	80
10	-120	120
总计	-300	300

- 那些净现值为正的项目是值得投资的

时间	0	1	2	3
现金流	-100	30	60	40

- 如果3年间的年率都为10% (每年复利一次), 项目净现值为正, 值得投资

$$NPV = -100 + \frac{30}{1 + 10\%} + \frac{60}{(1 + 10\%)^2} + \frac{40}{(1 + 10\%)^3} = 6.9$$

- 如果3年间的年率都为20% (每年复利一次), 项目净现值为负, 不值得投资

$$NPV = -100 + \frac{30}{1 + 20\%} + \frac{60}{(1 + 20\%)^2} + \frac{40}{(1 + 20\%)^3} = -10.2$$

- 内部收益率 (internal rate of return, 简称 IRR) 是使项目净现值 NPV 恰好为 0 的利率
 - 内部收益率是对项目现金流状况的一个描述指标, 与市场利率不是一回事
 - 用下式可以计算出前一个例子中的 IRR 为 13.7%

$$0 = -100 + \frac{30}{1 + IRR} + \frac{60}{(1 + IRR)^2} + \frac{40}{(1 + IRR)^3}$$

- 内部收益率法则: 如果项目内部收益率高于资金成本, 则项目值得投资
-

再投资风险 (reinvestment risk)

- 计算内部收益率的式子可以变形为

$$100 \times (1 + IRR)^3 = 30 \times (1 + IRR)^2 + 60 \times (1 + IRR) + 40$$

- 用 IRR 计算项目未来的终值时，假定了项目中间产生的现金流都能够以项目自身的 IRR 水平获得回报
- 如果项目中间产生的现金流可能无法取得项目 IRR 的投资回报率水平
 - 我们考虑一种极端的情况, 假设这个项目第 1 年与第 2 年支付的 30 元与 60 元的收益只能投资在零收益的资产上。这样，当前投人在项目上的 100 元在 3 年后就只能变成 $130 (= 30 + 60 + 40)$ 元，而不是用 IRR 计算出来的 $150 [= 100 \times (1 + 13.7\%)^3]$ 元，这就是项目的再投资风险 (reinvestment risk)。
- 对产业投资来说，再投资风险一般可以忽略；对债券投资来说，再投资风险就不可忽略

例某人贷出款项 300 万元。本金利率为 10%，期限为 8 年，若期间将所得的还款以 4% 的利率再投资，问在以下各种还款方式下，贷款人的投资收益率分别为多少？

- (1) 以年金方式，每年末收取还款一次，每次还款额相同；
- (2) 以等价的贴现方式，在贷款开始时一次性扣除全部利息，本金到期偿还；
- (3) 每年末收取贷款本金当年自增利息，本金到期偿还：
- (4) 贷款本利在到期时一次性收回。

(1) 记每年末还款额为 R , 则

$$R = 3000000 \frac{1}{a_{\overline{8}|0.1}} = 562332.05$$

因为这些还款又被以 4% 的利率再投资, 所以它们到第 8 年末的积累值为:

$$Rs_{\overline{8}|0.04} = 5181454.77$$

显然, 这种方式下, 贷款人的净回报现金流为 $R_0 = -3000000, R_3 = 5181454.77$ 。于是, 收益率 i 满足:

$$3000000(1+i)^8 = 5181454.77$$
$$i = \left(\frac{5181454.77}{3000000} \right)^{\frac{1}{8}} - 1 = 7.07\%$$

(2) 因为贷款利率为 10%, 所以 3 年期的 3000000 元贷款所需扣除的贴现金额为

$3000000 \times d^{(m)}/m$, 其中 $m = 1/8$, 即

$$\text{贴现金额 } D = 3000000 \times \left[1 - (1 - d)^{1/m} \right]$$

$$= 3000000 \times \left[1 - (1 + i)^{-1/m} \right]$$

$$= 3000000 \times \left[1 - (1 + 10\%)^{-8} \right]$$

$$= 1600477.86$$

由于在 0 时扣除的这笔钱以 4% 的利率再投资, 所以这笔钱在 8 时的积累值为:

$$1600477.86 \times (1.04)^8 = 2190364.46$$

从而 8 时总的投资可收回值为: $3000000 + 2190364.46 = 5190364.46$, 于是, 贷款人的净

回报现金流为 $R_0 = -3000000$, $R_3 = 5190364.46$, 故总的投资收益率为:

$$i = \left(\frac{5190364.46}{3000000} \right)^{\frac{1}{8}} - 1 = 7.09\%$$

(3) 贷款本金每年的自增利息为:

$$3000000 \times 10\% = 300000 \text{ (元)}$$

这些钱（每年末 300000 元，共 8 年）按 4% 再投资将在 8 时产生的积累值为

$$300000s_{\overline{8}|0.04} = 2764267.88$$

从而 8 时总的投资回收额为

$$3000000 + 2764267.878 = 5764267.878$$

于是，贷款人的净回报现金流为 $R_0 = -3000000, R_3 = 5764267.878$,
从而总的投资收益率为:

$$i = \left(\frac{5764267.878}{3000000} \right)^{\frac{1}{8}} - 1 = 8.51\%$$

(4) 这种情况最简单, 第 8 年末一次性收回的投资回报为

$$3000000(1.1)^8 = 6430766.43$$

所以贷款人的净回报现金流为 $R_0 = -3000000, R_3 = 6430766.43$ 。

于是, 总的投资收益率为 $i = \left(\frac{6430766.43}{3000000}\right)^{\frac{1}{8}} - 1 = 10\%$ 。

- 分期偿还贷款的每期还款中，同样应该既包括偿还的贷款本金，又包括偿还的自增利息，
- 所以，我们需要将每次的还款，正确地划分出其中含有的本金还款量和利息支付量。
- 对于借贷双方来说，将每次还款中的本金和利息划分清楚都是具有重要意义的。对于贷方来说，所得到的还款中本金和利息部分所需缴纳的税率可能有很大的不同；而对于借方来说，分清每次还款中的本金和利息也更能清楚地知道为什么贷款余额在分期偿还的前期下降得比想象中的要慢很多。

表 4-1 分期偿还表

时刻 t	每次还款额 R_t	每次还款中所包含 的自增利息 I_t	每次还款中所包 含的本金 P_t	未偿还贷款余额 B_t
0				$a_{\overline{n}}$
1	1	$i a_{\overline{n}} = 1 - v^n$	$1 - i a_{\overline{n}} = v^n$	$a_{\overline{n}} - v^n = a_{\overline{n-1}}$
2	1	$1 - v^{n-1}$	v^{n-1}	$a_{\overline{n-2}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	1	$1 - v^{n-t+1}$	v^{n-t+1}	$a_{\overline{n-t}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	1	$1 - v^2$	v^2	$a_{\overline{1}}$
n	1	$1 - v$	v	0
总计	n	$n - a_{\overline{n}}$	$a_{\overline{n}}$	

例：某项 30 年期的贷款，由等额的分期偿还方式来还款。每年末的还款额为 1000 元。在第 10 次还款时，借款人另外多支付 5000 元的还款，并通过调整以后的每次等额还款额，将未偿还贷款的还款期缩短为 10 年，若贷款利率为 9%，求调整后每年的还款额。首先，由未来法，可以算出在不考虑多支付的 5000 元还款的情况下，在 10 时的未偿还贷款余额：

$$B_{10}^p = 1000a_{\overline{20}|0.09} = 9128.55 \text{ (元)}$$

另外多偿还 5000 元后的贷款余额为：

$$L^* = 9128.55 - 5000 = 4128.55 \text{ (元)}$$

设调整后每年还款额为 R^* ，则：

$$R^* = L^* \times \frac{1}{a_{\overline{10}|0.09}} = 643.31 \text{ (元)}$$

例：某借款人每季度末偿还贷款一次, 每次 1000 元, 共 5 年, 每年计息 4 次的年名义利率为 12%。计算第 6 次还款中的本金部分和利息部分。

贷款的期限为 5×4 期, (季度) 期实质利率为 $12\% \div 4 = 3\%$,
可以计算出第 6 次还款前一期时的余额 B_5 ,

$$B_5 = 1000a_{15,0.03} = 11937.94$$

于是 $I_6 = 3\% \times B_5 = 358.14$,

$$P_6 = R_6 - I_6 = 1000 - 358.14 = 641.86$$

注: 如果注意到表 4-1 中本金栏的 (等比) 规律性, 也可以直接得到相应的本金和利息。

$$P_6 = 1000v^{20-6+1} = 1000 \times 1.03^{-15} = 641.86 \text{ (元)}$$

$$I_6 = R_6 - P_6 = 1000 - 641.86 = 358.14 \text{ (元)}$$

- 等额本金？ 等额本息？

例：某人从银行贷款 20000 元。采取等额本金的偿还方式分期偿还，贷款期限 20 年，利率为 8%。建立该贷款的分期偿还表。

等额本金方式下, 分期偿还表中的本金列将表现为常数, 就本例而言, 每次还款中所含的本金为 $20000/20 = 1000$ 元, 借款者在支付每期的 1000 元本金的同时, 还需要支付当期的自增利息。

由于本金列已经确定, 所以可以在本金列的基础上, 由 $B_{k+1} = B_k - P_k$ 得到余额列。由 $I_{k+1} = i \times B_k$ 得到利息列, 最后由 $R_k = P_k + I_k$ 得到付款列。具体的数据表如下:

表 4-7 等额本金下的分期偿还表

t	R_t	P_t	I_t	B_t
0				20000
1	2600	1000	1600	19000
2	2520	1000	1520	18000
3	2440	1000	1440	17000
4	2360	1000	1360	16000
5	2280	1000	1280	15000
6	2200	1000	1200	14000
7	2120	1000	1120	13000
8	2040	1000	1040	12000
9	1960	1000	960	11000
10	1880	1000	880	10000
11	1800	1000	800	9000
12	1720	1000	720	8000
13	1640	1000	640	7000
14	1560	1000	560	6000
15	1480	1000	480	5000
16	1400	1000	400	4000
17	1320	1000	320	3000
18	1240	1000	240	2000
19	1160	1000	160	1000
20	1080	1000	80	0
总计	36800	20000	16800	

- 用计算器算
 - 科学计算器
 - 金融计算器
- excel
- python

投资债券的风险

固定收益证券的投资者可能面临以下风险：

- 利率风险；
- 再投资风险；
- 提前赎回或提前偿付风险；
- 信用风险：
- 通货膨胀风险或购买力风险；
- 流动性风险；
- 汇率风险或货币风险；
- 波动性风险；
- 政治风险或法律风险；
- 事件风险；
- 部门风险。

- 利率风险是由利率发生不利变化所带来的风险。这种风险包含两类：水平风险和收益率曲线风险。利率风险将被称为曲线风险 (curve risk) 或者期限结构风险 (term structure risk) 。

- 典型的固定收益证券价格与利率反向变动：当利率上升（下降）时，固定收益证券的价格将下降（上升）。对于打算持有固定收益证券至到期的投资者来说，不用关心到期之前证券的价格变化。
- 然而，对于到期日之前可能不得不出售固定收益证券的投资者来说，利率上升意味着资本利得的损失。这种风险被称为利率风险（interest-rate risk），是迄今为止投资者在固定收益证券市场面对的主要风险。
- 利率风险的主要来源之一是市场利率的变动。按惯例，市场利率用国债的收益率水平表示。大多数其他证券的收益率用适当的国债收益率的利差表示。所有固定收益证券的收益率都是相互关联的，它们的价格随国债收益率的变化而变化。

$$\text{利率} = \text{市场利率（无风险利率）} + \text{利差}$$

- 为了控制利率风险，有必要对其进行量化分析。衡量利率风险最普遍使用的尺度是久期（duration）。久期是收益率变化 100 个基点时，债券或债券组合价格变化的近似百分比。

- 收益率曲线是对信用质量相同但是到期期限不同的债券之间的收益关系的图表式刻画。
- 一只债券组合通常由不同到期期限的债券组成并且每只债券都可能存在利率风险。举例来说，考虑两个由以下三种债券组成的债券投资组合：5年期的债券、10年期的债券以及20年期的债券。投资组合的风险敞口取决于利率水平依不同到期期限的变化。假设第一种债券组合是由45%的5年期债券和45%的20年期债券以及10%的10年期债券组成。第二种债券组合是由5%的5年期债券和5%的20年期债券以及90%的10年期债券组成。不难理解利率水平在收益率曲线上的变化会对两种债券投资组合产生显著不同的影响。
- 收益率曲线风险是投资组合对收益率曲线形状的变化（比如移动）的风险敞口。有一些不同的方法可以用于量化投资组合对收益率曲线变化的风险敞口。最为常见的方法是关键利率久期（key rate duration）。
- 收益率曲线风险在债券投资组合管理中是一个重要的风险。同时，除了抵押贷款支持证券以外，主要是投资组合层面需要考虑的风险。

已经讲过

从投资者的角度看，提前赎回条款有三个不利之处：

- 首先，可赎回债券的现金流模式是不确定的。
- 其次，因为当利率下降时发行人可提前赎回债券，投资者会暴露在再投资风险之下。也就是说，当债券被赎回时，投资者将不得不按较低的利率将收到的款项做再投资。
- 最后，债券的升值潜力将减小，这是因为可提前赎回债券的价格不可能高于债券的赎回价格。这种特性被称作负凸性 (negative convexity)。
- 机构债券、公司债券以及市政债券可能都含有借款人在到期日前赎回或终止债券的选择权，所有抵押贷款支持证券都有这种选择权。尽管可以通过降低价格、提高收益率等手段对投资者承受的提前赎回风险予以补偿，但补偿是否到位难以确定。无论怎样，投资于有提前赎回风险的债券所获的收益，明显不同于不能提前赎回的债券。这种风险的大小取决于提前赎回条款的内容和市场状况。

- 抵押贷款支持证券的现金流受房主提前偿付抵押贷款的影响，该抵押贷款的集合是抵押贷款支持证券的担保品。这种情况下的时间风险被称为**提前偿付风险** (prepayment risk), 它包括**紧缩风险** (contraction risk) 一当抵押贷款的利率下降时, 房主提前偿付部分或全部抵押贷款的风险。然而, 如果利率上升, 投资者会从提前偿付中受益。这时, 提前偿付的做法会减少, 投资者会面对抵押贷款利率上升而出现的风险, 谓之**延伸风险** (extension risk)。

债券的信用风险包括：

- ① 发行人在到期日不能赎回的风险 (即违约风险);
- ② 债券价值可能下降或者债券价格的表现低于由债券投资者进行比较的其他债券价格的表现, 因为可以觉察到的发行者将出现的违约风险的增加, 或者给债券评级的公司将下调债券的评级均会使得市场需要一个更大的价差或利差 (spread)。
- 第一种风险被称作违约风险 (default risk)。第二种风险基于不利或稍逊表现的原因被列入进来。归因于价差增加的风险, 或者更具体来说, 归因于市场所需要的信用价差的风险被称为信用价差风险 (credit-spread risk); 归因于信用评级降低 (例如评级下调) 的风险被称为降级风险 (downgrade risk)。
- 信用评级 (credit rating) 是由专业公司依据特定债务支持证券所面临的违约风险而出具的正式意见 (formal opinion)。这种提供信用评级的专业化公司被称为“评级机构”。在美国全国公认的三大评级机构是穆迪投资者服务公司、美国标准普尔公司、惠誉国际信用评级有限公司。

- 通货膨胀风险 (inflation risk) 或购买力风险 (purchasing power risk) 起因于通货膨胀下证券现金流按购买力衡量的价值变化。例如, 如果投资者购买一只实现 7% 息票利率的 5 年期债券, 而通货膨胀率是 8%, 在这种情况下, 现金流的购买力就降低了。除了通胀调整证券以外, 其他证券都使投资者暴露在通货膨胀风险下, 因为发行人许诺的利率在债券存续期内是固定的。由于浮动利率债券的利率反映了预期通货膨胀率, 这类债券的通货膨胀风险较低。
- 抗通胀债券

- 流动性风险 (liquidity risk) 是投资者不得不以低于最近一次交易标示的债券真实价值的价格出售债券的风险。衡量流动性高低的基本指标是交易商报出的买价与卖价之差。买卖价差越大，流动性风险越大。
- 一个流动性高的市场通常被描述为“有很小的买卖价差，并且不会因大宗交易而明显扩大。

一个例子：有四个交易商时的买卖价差，每一个报价是 92 加上如下所示的三十二分之几：

	交易商			
	1	2	3	4
买价	1	1	2	2
卖价	4	3	4	5

上面计算的买卖价差是对单个交易商而言的。最好的买卖价差是交易商 2 和交易商 3 的 $2/32$ 。

- 对市场整体 (market overall) 而言, 买卖价差用最高买价 (交易商愿意买进证券的最高价格) 和最低卖价 (交易商愿意卖出证券的最低价格) 表示。这个反映市场流动性的指标也叫作市场买卖价差 (market bid-ask spread)。在四个交易商中'最高的买价是 92 加 $2/32$, 最低的卖价是 92 加 $3/32$ 。因此, 市场买卖价差是 $1/32$ 。
- 那些计划投资债券并持有至到期, 且不必随时根据市场价格对资产定价的投资者, 对流动性风险可以不那么关心。相反, 那些计划持有证券至到期, 但需要不断根据市场价格确定资产价值的机构投资者, 必须时时关注流动性风险。按照当前市场价格对资产定价, 意味着将投资组合中的证券价值按照当前市场价格重新评估。例如, 共同基金需要按照每天的收市价格重新评估持有资产组合的价值, 以计算净资产价值 (net asset value, NAV)。其他一些机构投资者可以不必像共同基金那样频繁地按市场价格评估资产价值, 但在定期向客户、董事会及托管人提供报告时, 也必须这样做。

- 非美元计价的债券 (即以外国货币偿付的债券) 的美元现金流是未知的。美元现金流的多少依赖于收到偿付款时的汇率。例如, 假定投资者购买一只以日元偿付的债券, 如果日元相对于美元贬值, 那么收到的美元将会减少。这样的风险就是汇率风险 (exchange rate risk) 或货币风险 (currency risk)。当然, 如果日元相对于美元升值, 投资者将因收到更多的美元而获利。
- 除了汇率以外, 投资者还可能遭受当地市场的利率风险或市场风险。例如, 如果美国投资者购买以欧元计价的德国政府债券, 在到期日之前出售债券得到的收益, 除了取决于汇率以外, 还取决于德国债券市场的利率水平。

- 内含期权的债券价格取决于利率水平和影响期权价值的因素。这些因素之一是利率的预期波动性。
- 说得具体些，当预期利率波动性加大时，期权的价值上升。就可赎回债券和抵押贷款支持证券而言，因为投资者授予借款人选择权，投资者放弃了更有价值的权利，证券价格就会随预期利率波动性的上升而下降。波动性变化对证券价格反向影响的风险叫作波动性风险 (volatility risk)。
- 多因素风险模型通常将波动性风险称为 **vega**。这是因为在期权理论中，有用于衡量期权对影响期权价值的因素变化的风险敞口。其中一个因素是波动性，**vega** 被用来衡量期权价格对波动性变化的敏感程度。因此，有内嵌期权的债券和组合中有内嵌期权债券的债券组合对波动性变化的敏感程度有相同的名称。

- 有时政府会宣布扣缴或增加额外的债券税收，或宣布对某只债券免税。此外，监管机构可能会断定，某只债券对其监管的投资实体来说是不合适的。这些行为可能会对证券价值产生消极影响，也可能产生积极影响。任何有可能对证券价值产生消极影响的政治或法律行为，均构成政治风险 (political risk) 或法律风险 (legal risk)。

- 发行人还本付息的能力，偶尔会发生严重且出乎意料的变化，原因有二：(1) 自然灾害或行业事故；(2) 并购或公司重组。这些风险被称为事件风险 (event risk). 核电站建设计划被取消就是发生在公用事业行业的第一种事件风险。
- 第二种事件风险的例子是发生在 1988 年的雷诺兹-纳贝斯克公司 (RJR Nabisco) 并购事件。约 250 亿美元的并购需要通过杠杆收购 (leveraged buyout, LBO) 实现。为此，新公司需要偿付大量债务。它的质量等级被降为非投资级。结果，杠杆收购的消息一公布，公司债券收益率相对于国债基准利率的利差，就从 100 个基点增加到了 350 个基点。
- 事件风险对其他公司也会有外溢影响。例如，如果发生核事故，将会对生产核能的整个行业产生影响。

债券的定价

- 任何一种金融工具的价格都等于预期现金流的现值。用于计算现值的利率（或贴现率）取决于市场上可比证券的收益率。

- 确定债券价格的第二步是确定它的现金流。无期权债券的现金流由以下两者组成：
 - ① 直到到期日为止的有期息票利息收入；
 - ② 到期日得到的面值（或到期价值）收入。
- 在实际操作中，即使忽略违约的可能性，确定债券的现金流依然困难。唯一可以确切知道现金流的是那种利率固定并且不附有期权的债券。
 - 可赎回债券的现金流取决于发行人是否选择提前赎回债券，
 - 可回售债券的现金流则取决于持有者是否选择回售债券。在这两种情况下，选择权被行使的日期都不会提前知道，因此现金流是不确定的。
 - 抵押贷款支持证券和资产支持证券，其现金流取决于提前偿付。由于对未来提前偿付的金额和时间一无所知，所以，现金流也不确定。
 - 如果债券息票利率是浮动的而不是固定的，现金流则取决于参考利率的未来值。

- 投资者做债券投资时所要求的利率叫作必要收益率 (required yield), 必要收益率根据市场可比债券的收益率确定。通过比较分析, 我们可以取有同样信用等级和同样到期日的无选择权债券的收益率均值作为必要收益率。
- 另一种可能的做法?
 - 用一个收益率计算所有现金流现值的做法, 理论上存在争议。一些观点认为, 应该用不同的收益率贴现不同时期的现金流, 因为每一个现金流本质上如同一只零息票债券, 一只息票债券也就如同一组零息票债券的集合。因此, 对于每一个现金流来说, 恰当的收益率应该基于一种理论利率, 该理论利率是根据与现金流有相同期限的零息票债券利率确定的。
- 我们对不同债券的到期收益率的计算揭示了一个重要的事实, 即债券现价与利率是负向相关的: 当利率上升时, 债券价格下跌; 反之亦然。

价格的确定

例如果必要收益率是 12%, 计算息票利率为 9%、20 年期、面值为 1 000 美元的债券的价格。

- 这里确实没有说清楚 12% 是名义利率还是实质利率。
- 按名义利率理解：

$$45 \times \left[\frac{1 - \frac{1}{(1.06)^{40}}}{0.06} \right]$$
$$= 677.08 \text{ 美元}$$

$$1000 \times \left[\frac{1}{1.06^{40}} \right] = 97.22 \text{ 美元}$$

债券价格等于这两个现值之和：

$$677.08 + 97.22 = 774.30$$

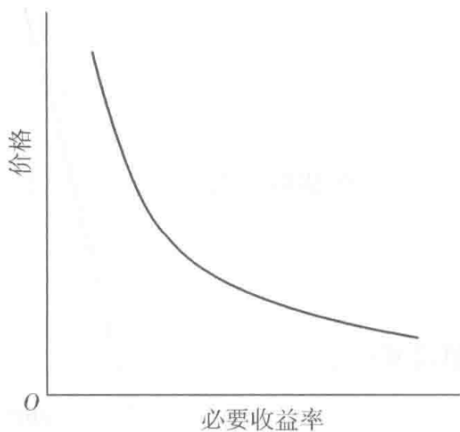
特定时点上也要收益率与价格的关系

必要收益率为 5%~14% 时 20 年期、息票利率为 9% 的债券的价格变化。

图表 6—1 20 年期、息票利率为 9% 的债券的价格/收益率关系

必要收益率 (%)	债券价格 (美元)
5	1 502.05
6	1 346.72
7	1 213.55
8	1 098.96
9	1 000.00
10	914.21
11	839.54
12	774.30
13	717.09
14	666.71

如果把任一无选择权债券的价格/收益率关系用图形表示出来，我们可发现它是如下图所示的“弓”形，这个形状被称为凸形（convex）。价格/收益率的凸性关系对债券的投资特征有重要影响。



图表 6—2 价格/收益率关系图

债券价格的时间轨迹

- 折价、溢价、平价
- 随着到期日临近，价格趋近于面值。

图表 6—3

20 年期、息票利率为 9% 的折价和溢价债券的时间轨迹

距到期日的剩余年数	折价债券* 的价格 (美元)	溢价债券** 的价格 (美元)
20	774.30	1 213.55
18	780.68	1 202.90
16	788.74	1 190.89
14	798.91	1 176.67
12	811.75	1 160.59
10	827.95	1 142.13
8	848.42	1 120.95
6	874.24	1 096.63
4	906.85	1 068.74
2	948.02	1 036.73
1	972.50	1 019.00
0	1 000.00	1 000.00

* 以 12% 的收益率出售。

** 以 7% 的收益率出售。

债券价格变化的原因

下列原因中的任何一个都会导致债券价格的变化：

- 利率水平的变动。例如，如果利率由于联邦政策而上升（下降），债券价格将降低（上升）。
- 非面值出售的债券在必要收益率不变的情况下，随着时间向到期日推移，价格将发生变化。我们已经举例说明，如果收益率不变，随着时间的推移，折价债券的价格将上涨，溢价债券的价格将下降。
- 由国债利差的变动导致的非国债的必要收益率的变动。如果国债利率不变，但与国债的利差改变（变小或变大）了，非国债的价格将发生变化。
- 已察觉的发行人信用质量的变化。假设市场利率以及非国债和国债之间的利差不变，如果非国债已察觉的信用质量得到改善（恶化），其价格将上涨（降低）。
- 对于内含选择权的债券（如可赎回债券、可回售债券和可转换债券），债券价格会随影响内含选择权价值的因素变化而改变。

交割日处于付息日之间时的价格确定

- 在我们的例子中，假设下一次付息日正好是6个月以后。这意味着交割发生在付息日。通常，投资者会在两个付息日之间购买债券，这使下一次利息支付距交割日的时间少于6个月。为计算债券价格，我们必须回答下列三个问题：
 - 到下一个付息日还有多少天？
 - 应该怎样确定非整数期的现金流现值？
 - 购买者应该怎样补偿出售者在非整数期（上一个付息日后，下一个付息日前）赚得的利息？

天数计算，两种习惯：

- 付息国债的天数计算规则为“实际/实际”，意思是用月的实际天数和计息期的实际天数。例如，7月17日到9月1日的天数有 $14 + 31 + 1 = 46$ 。
- 公司债券、市政债券和联邦机构债券的天数计算规则是“30/360”，即假设每月有30天，每年有360天。例如，7月17日到9月1日的天数有 $13 + 30 + 1 = 44$ 。

按复利的方式计算剩余现金流的贴现：

$$p = \frac{c}{(1+i)^w} + \frac{c}{(1+i)^{1+w}} + \frac{c}{(1+i)^{2+w}} + \cdots \\ + \frac{c}{(1+i)^{n-1+w}} + \frac{M}{(1+i)^{n-1+w}}$$

例：假定购买一只在 2006 年 7 月 17 日交割的公司债券，息票利率为 10%，2012 年 3 月 1 日到期。如果收益率为 6.5%，这只债券的价格是多少？

- 下次利息支付将发生在 2006 年 9 月 1 日。由于这只债券是公司债券，基于“30/360”的天数计算规则，交割日和下一个付息日之间有 44 天，计息期的天数是 180 天。因此，

$$w = \frac{44}{180} = 0.244$$

剩余付息期数 n 是 12, 半年利率是 3.25% ($= 6.5\%/2$)。图表 6—4 中给出了按照公式计算价格的全过程。每百元面值的公司债券的价格应为 120.0281 美元。以这种方式算出的价格叫作全价 (full price, dirty price), 它包含了卖方本应赚得却由买方收到的那部分利息。

应计利息和净价

- 买方必须补偿卖方在上一次付息日到交割日期间应该赚得的利息。这部分利息卖方无法从发行人那里得到，因为下一次付息时，发行人会将计息期内的所有利息全部付给买方。卖方应该从买方手里拿到的这部分利息叫作应计利息 (accrued interest)，它的多少取决于上次付息日到交割日的天数。应计利息计算如下：

$$AI = c \times \frac{\text{上次付息日到交割日之间的天数}}{\text{计息期天数}}$$

- 在上面的例子中，每百美元面值应计利息为： $5 \times 136/180 = 3.777778$ 美元
- 全价包括卖方有权收到的应计利息。净价 (clean price, flat price) 等于全价减去应计利息。

- 回报（return）或更准确地讲，回报率（return rate）- 才是衡量一个人在一个特定的时间段持有某种债券或其他有价证券所获取的收益的指标。
- 对任何有价证券而言，回报率都是持有人的利息收入与有价证券价值变动的总和占购买价格的比率。要使这个定义更加清晰，我们看看面值为 1000 美元、息票利率为 10%、购买价格为 1000 美元、持有 1 年后以 1200 美元出售的息票债券的回报率。所有者在这 1 年中所收到的息票利息为 100 美元，价值变动为 200 美元（1200 美元-1000 美元）。加总这两项，并将其表示为购买价格 1000 美元的比率，我们可以得到这种债券 1 年持有期的回报率为：

$$\frac{\$100 + \$200}{\$1000} = \frac{\$300}{\$1000} = 0.30 = 30\%$$

- 对于我们刚刚计算出来的回报率，你可能感到十分吃惊。表 4-1 表明，这种债券最初的到期收益率只有 10%。这说明了债券的回报率并不一定等于债券的到期收益率。我们可以发现，利率与回报率之间的区别十分重要，虽然对于大部分有价证券而言，二者可能是密切相关的。

更一般地, 从时间 t 到时间 $t+1$, 持有一种债券的回报率可以表示为

$$R = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (4.7)$$

其中, R 为从时间 t 到时间 $t+1$ 持有债券的回报率; P_t 为时间 t 时的债券价格; P_{t+1} 为时间 $t+1$ 时的债券价格; C 为息票利息。要更为简明地表示回报率, 我们可以将等式 (4.7) 分解为两个部分, 即

$$R = \frac{C}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

第一项是当期收益率 i_c (息票利息除以购买价格):

$$\frac{C}{P_t} = i_c$$

第二项是资本利得率 (rate of capital gain), 即债券价格相对于最初购买价格的变动:

$$\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = g$$

其中, g 为资本利得率。公式 (4.7) 可以重新表述为

$$R = i_c + g$$

这个公式表明债券的回报率等于当期收益率 L 与资本利得率 g 之和。这个重新表述的公式证明了我们刚才的发现。即使对有些债券而言，当期收益率 L 可以很准确地度量到期收益率，回报率仍然与利率存在很大的差别。尤其是在债券价格剧烈波动引起较大的资本利得或损失的情况下，二者的差别就更大了。

期限与债券回报率的波动：利率风险

- 期限越长的债券，其价格波动受利率影响的程度就越大。这一结论有助于解释债券市场上的一个重要事实：长期债券的价格和回报率的波动性比短期债券大。对于距离到期日还有 20 年以上的债券，每年价格与回报率的波动幅度在-20%~20% 之间的情况十分常见。
- 对计划持有债券至到期的投资者来说，到期日之前债券的价格变化是无关紧要的。但对到期日之前可能不得不出售债券的投资者来说，购买债券后利率的上升意味着资本损失。
- 我们现在可以发现，利率的变动导致长期债券的投资风险相当大。事实上，由于利率变动所引起的资产回报率的风险十分重要，因此往往用专门的术语 -利率风险 (interest rate risk) 来描述。

假定一位具有 5 年投资期限的投资者正在考察下面四种无选择权债券，哪种债券的吸引力比较强：

债券	息票利率 (%)	到期期限 (年)	到期收益率 (%)
W	5	3	9.0
X	6	20	8.6
Y	11	15	9.2
Z	8	5	8.0

- 如果因为到期收益率最高而选择债券 Y, 投资者将会无法确认潜在收益率, 因为债券 5 年之后必须出售, 出售价格取决于当时市场上 10 年期、息票利率为 11% 的债券的必要收益率。因此, 可能存在某种资本利得或资本损失, 使收益率高于或低于现在许诺的到期收益率。此外, 债券 Y 的息票利率比其他三种债券更高, 因而其收益更多地依赖于利息的再投资收入。
- 债券 W 提供次高的到期收益。从表面上看它似乎特别有吸引力, 因为债券 W 不存在债券 Y 的问题, 即在债券到期之前必须出售可能带来的资本损失。另外, 由于息票利率最低, 再投资风险看起来也比其他三种债券小。但投资者依然不能排除再投资风险, 因为他必须把到期时收到的所得款项再投资 2 年。在将 3 年后收到的本息做再投资时, 投资者到底能实现多大的收益还取决于当时的利率。
- 取决预期。

实际利率与名义利率的区别

- 名义利率 (nominal interest rate) 与实际利率 (real interest rate) 不同。后者根据预期物价水平的变动 (通货膨胀) 做出调整。因此能够更准确地反映真实借款成本。这种实际利率经过了预期价格水平变动的调整, 因此更准确地讲, 应当称为事前实际利率 (ex ante real interest rate)。
- 事前实际利率对于经济决策至关重要。当经济学家谈及“实际”利率时, 往往指的是这种实际利率。根据实际价格水平变动调整的利率称为事后实际利率 (ex post real interest rate), 它表示事后以不变价来衡量的投资者的效益。

以欧文费雪 (Irving Fisher) (20 世纪一位伟大的货币经济学家) 的名字命名的费雪方程式给出了关于实际利率的更准确的定义。费雪方程式表明名义利率 i 等于实际利率 r 加上预期通货膨胀率 π^e , 即 1

$$i = r + \pi^e$$

重新排列各项, 就可以发现实际利率等于名义利率减去预期通货膨胀率, 即

$$r = i - \pi^e$$

要理解这个定义, 我们来考虑下面的情况, 如果你发放了利率为 5% ($i = 5\%$)、期限为 1 年的普通贷款, 你预期这 1 年中价格水平会上升 3% ($\pi^e = 3\%$)。由于发放这笔贷款, 在这 1 年末, 以不变价 (real terms) 来衡量, 即按照所能购买的实际产品和服务来计算, 你多了 2%。因此, 以不变的产品和服务来衡量, 你赚得的利率为 2%, 即

$$r = 5\% - 3\% = 2\%$$

费雪方程式更为准确的表述应为

$$i = r + \pi^e + r \times \pi^e$$

由于

$$1 + i = (1 + r)(1 + \pi^e) = 1 + r + \pi^e + r \times \pi^e$$

等式两边减去 1 , 就得到第一个等式。由于 r 与 π^e 的值较小, 因此可以忽略 $r \times \pi^e$ 这一项。

- 作为贷款人，在这种情况下，你显然不愿意发放贷款，因为按照不变的产品和服务来衡量，你所赚取的是一 2% 的利率。与此相反，借款人更愿意借入资金，因为在该年末，按照不变的产品和服务来衡量，他需要偿还的金额减少了 2 %。也就是说，按不变价来计算，借款人多得了 2%。实际利率越低，借款人借入资金的动力就越大，贷款人贷出资金的动力就越小。
- 名义回报率与实际回报率也存在类似的区别。名义回报率没有考虑通货膨胀因素. 是我们通常所说的没有任何定语“回报率”。从名义回报率中剔除通货膨胀因素，就可以得到实际回报率，它表示投资某证券所能多购买的产品和服务的数量。
- 名义利率与实际利率的区分十分重要，原因在于实际利率反映了真实的借款成本，是反映借款动力和贷款动力的良好的指示器。它还能很好地表示信用市场上发生的事件对于人们的影响程度。



图 4—1 实际利率和名义利率 (3 个月期国库券), 1953—2014 年

上图展示了 1953—2014 年间 3 个月期美国国库券名义利率和实际利率的估计值, 可以看出名义利率和实际利率经常是同向运动的, 但并非总是如此。(其他国家和地区的名义利率与实际利率也是如此。) 特别是 20 世纪 70 年代, 美国名义利率水平较高, 但实际利率却非常低, 甚至经常为负数。如果按照名义利率的标准来判断, 你可能会认为由于借款成本较高, 这一时期信用市场的银根很紧。然而, 实际利率的估计值却表明你的判断是错误的。按照不变价衡量, 借款成本非常低。

即期利率 (spot rate)

- 即期利率 (spot rate): 现在投入资金, 直到最后一天才获得现金支付 (期间没有现金支付) 的情况下, 所得到的收益率
 - 零息债券 (zero coupon bond) 的收益率就是即期利率, 所以即期利率又被称为零息利率 (zero rate)
- 票息剥离法 (bootstrap method) 从不同期限的到期收益率中计算即期利率 (以前面算例为例)
 - 由于 1 年期国债是零息债券, 所以它的收益率就是即期利率, $r_1 = 5.26\%$
 - 2 年期债券 97 元的价格中, 一部分是第 1 年利息的折现值, 一部分是第 2 年本息的折现值 (折现所用的即期利率为 r_2)

$$97 = \frac{5}{1 + 5.26\%} + \frac{105}{(1 + r_2)^2} \Rightarrow r_2 = 6.69\%$$

- 利用即期利率给债券定价 (面值 100 元, 两年, 按年付息票息率 6%)

$$P_3 = \frac{6}{1 + r_1} + \frac{106}{(1 + r_2)^2} = \frac{6}{1 + 5.26\%} + \frac{106}{(1 + 6.69\%)^2} = 98.83$$

- 收益率曲线 (yield curve) 是到期收益率曲线, 不是即期利率曲线

远期利率 (forward rate)

- 不同期限的即期利率为什么不一样?

- 两种策略

- 将 100 块钱用当前 2 年期即期利率连存两年, 将在第二年得到

$$100 \times (1 + 6.69\%)^2 = 113.8$$

- 将 100 块钱用当前和一年后的 1 年期即期利率连滚两年, 即连买两年 1 年期零息债券 (用 fr 来代表一年后的 1 年期即期利率)
 - 如果不存在套利机会的话, 以上两种策略在两年后得到的终值应该相等

$$100 \times (1 + 5.26\%) \times (1 + fr) = 113.8$$

- 从中解出 $fr = 8.13\%$
- fr 就是远期利率 (forward interest rate), 代表了市场对未来即期利率的预期
- 收益率赌博 (yield curve play)

利率风险的衡量

- 在测算债券头寸或投资组合的利率风险暴露程度时，最容易想到的方法是重新评估利率改变后的资产或头寸价值。这种评估要在假设的利率变动情景下进行

例：为了说明这个方法，假定一个投资者有票面价值总额 1000 万美元、息票利率为 5%、20 年期的债券头寸。该债券是无选择权债券，每百美元票面价值标示的市场价格为 106.548 4 美元，对应 4.5% 的收益率（即到期收益率）。这笔头寸的总市值为 10 654 840 美元（ $= 106.5484\% \times 1000$ 万美元）。既然持有债券，这位投资者很自然地要关注收益率是否有导致头寸价值降低的上升趋势。

- 利率变动
- 收益率曲线变动

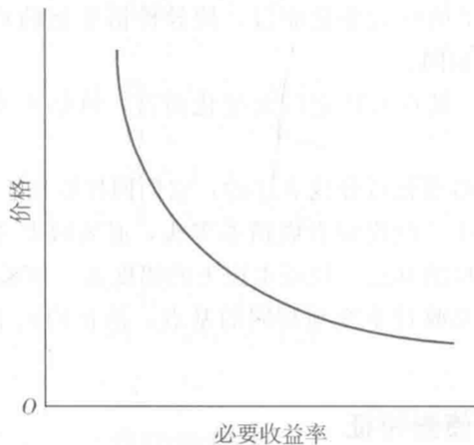
在图表 7—2 中，假设 5 年期和 20 年期的收益率改变相同数量的基点。完全估价法也能处理收益率曲线不以平行方式变动的情景，图表 7—3 沿用 5 年期和 20 年期债券的投资组合阐明了这一点。在图表 7—3 的例子中，假设的情景是收益率曲线非平行移动，具体而言，假设 5 年期收益率和 20 年期收益率有如下变动：

情景	5 年期收益率变动（基点）	20 年期收益率变动（基点）
1	50	10
2	100	50
3	200	100

c 部分				
投资组合市值: 16 128 403 美元				
情景	市值 (美元)			市值变化百分比 (%)
	债券 1	债券 2	投资组合	
1	5 350 455	10 519 400	15 869 855	-1.60
2	5 230 555	10 000 000	15 230 555	-5.57
3	5 000 000	9 398 050	14 398 050	-10.73

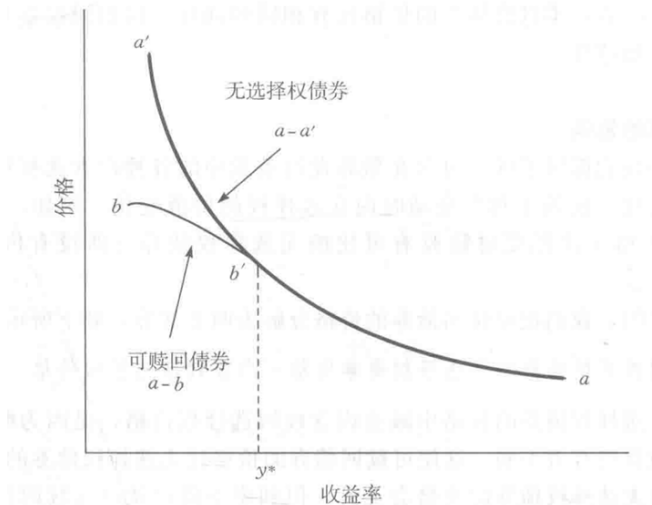
- 使用完全估价法时常常遇到的问题是如何选择情景。对一些受制于监管机构的投资者来说，一些情景是监管机构设置的。例如，储蓄机构的监管者要求储蓄机构确定利率在 100、200 和 300 个基点瞬时变动（上升或下降）时，对债券组合价值的影响。（监管者倾向于称之为“模拟”利率情景而不是情景分析。）风险管理人和诸如对冲基金这些高负债投资者，趋向于考虑极端情景下的利率风险。这种做法被称为压力测试（stress testing）。

债券的价格波动性特征



图表 7—5 一个假设的无选择权债券的价格/收益率关系

内含赎回选择权及提前偿付选择权（期权）的债券



图表 7—7 可赎回债券和无选择权债券的价格/收益率关系

久期 (duration)

- 久期 (duration): 债券投资者为收到债券所提供的所有现金流平均要等待的时间
 - 假设债券在第 n 年到期, 在之前会在 t_i 时刻给债券持有人提供现金流 $c_i (1 \leq i \leq n)$, 则债券当前价格 P 与债券到期收益率 y 之间有如下关系 (连续复利情况)

$$P = \sum_{i=1}^n c_i e^{-yt_i}$$

- 债券的久期 (D) 就是用每时刻现金流的现值与当前价格之比为权重, 计算的债券各个现金流支付时间的加权平均

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n t_i c_i e^{-yt_i}}{P} = \sum_{i=1}^n t_i \left[\frac{c_i e^{-yt_i}}{P} \right]$$

- 债券到期收益率的变化幅度乘上债券的久期, 就是债券价格变化的比率

$$dP = \sum_{i=1}^n -t_i c_i e^{-yt_i} dy = -P \frac{\sum_{i=1}^n t_i c_i e^{-yt_i}}{P} dy = -P \cdot D \cdot dy \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = -D \cdot \Delta y$$

- 非连续复利的情况下, 需要对久期进行修正——修正久期 (modified duration)

- 久期是衡量债券价值对利率变动敏感性的近似指标。
- 它是对于利率变动 100 个基点时价值变化的近似百分比。

债券的久期可以按如下方法估算：

$$\frac{\text{收益率下降时债券的价格} - \text{收益率上升时债券的价格}}{2 \times \text{初始价格} \times \text{小数形式的收益率变动}}$$

如果我们令

Δy 为小数形式的收益率变动,

V_0 为初始价格,

V_- 为收益率下降 Δy 时债券的价格,

V_+ 为收益率上升 Δy 时债券的价格,

那么久期可表示如下:

$$\text{久期} = \frac{V_- - V_+}{2 \times V_0 \times \Delta y}$$

例如, 考察一只息票利率为 5%、20 年期、售价为 113.6777 美元、对应收益率为 4% 的无选择权债券 (见图表 7-4)。让我们把收益率上下浮动 (也就是变动) 20 个基点, 然后看看公式中分子的价格是多少。如果收益率下降 20 个基点, 即从 4.0% 下降到 3.8%, 那么价格将上涨到 116.7049 美元; 如果收益率上升 20 个基点, 价格将下跌到 110.7527 美元, 因此有:

$$\Delta y = 0.002$$

$$V_0 = 113.6777$$

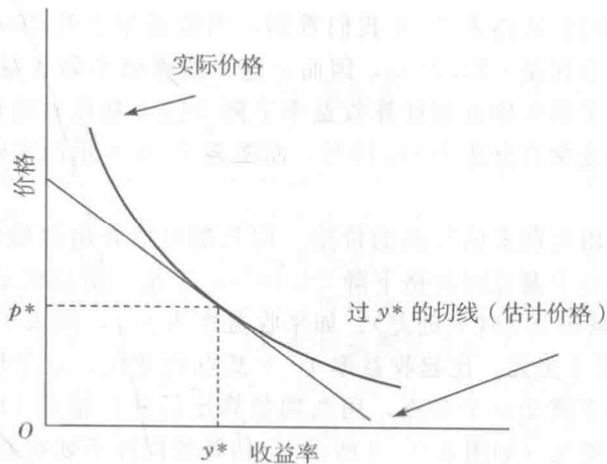
$$V_- = 116.7049$$

$$V_+ = 110.7527$$

于是,

$$\text{久期} = \frac{116.7049 - 110.7527}{2 \times 113.6777 \times 0.002} = 13.09$$

久期是利率变动 100 个基点时价格变动的近似百分比。13.09 的久期表示利率变动 100 个基点, 这只债券的价格大约变动 13.09%。



图表 7—10 无选择权债券的价格/收益率曲线及切线

- 当麦考利在 1938 年最早引入久期这个概念时，他把它作为未偿付债券的一种时间度量标准。更确切地说，麦考利把久期定义为债券持有者取得每一笔利息经历的时间和取得本金的时间的加权平均数。随后，久期被频繁地视作时间的代名词，用年表示。
 - 但是对久期这样理解有局限性。当一个经理说一种债券有 4 年的久期，意味着投资者只需要考虑四年以内的风险吗？肯定不是。
 - 久期是有确定到期年限的零息票债券的价格波动性，其中的到期年限是用久期计算出来的年数。
 - 这只债券具有 4 年期零息票债券对于利率变动的价格敏感性。
- 第二，把久期看作年数会使投资经理以及他们的客户难以理解一些复杂证券的久期。有一些这样的例子。例如某种只付利息的抵押贷款支持证券的久期是负值。负数，比如说 -4 年意味着什么？按照久期是价格变化百分比的解释，-4 意味着当利率变动 100 个基点时，债券的价格变动大约为 4%，其变动方向与利率变动方向相同。

“忘掉一阶导数和时间度量的定义”

- 证券凸性能用来近似估计没有被久期反映的那部分价格变化。

□凸性值

债券的凸性值可以用下面的公式近似估算：

$$\text{凸性值} = \frac{V_+ + V_- - 2V_0}{2V_0(\Delta y)^2} \quad (7-4)$$

公式中所用符号含义与久期公式（7-1）相同。

以我们假设的息票利率为5%、20年期、以4%的收益率价格出售的债券为例。我们知道对于收益率20个基点的变化（ $\Delta y = 0.002$ ）有：

$$V_0 = 113.6777, V_- = 116.7049, V_+ = 110.7527$$

把这些值代入凸性值公式（7-4）：

$$\text{凸性值} = \frac{110.7527 + 116.7049 - 2 \times 113.6777}{2 \times 113.6777 \times (0.002)^2} = 112.38$$

- 给定凸性值, 由债券的凸性存在而进行的价格变化近似百分比调整值 (即没有被久期说明的价格变化百分比部分) 是:

$$\text{凸性调整值} = \text{凸性值} \times (\Delta y)^2 \times 100$$

例: 例如, 对于息票利率为 5%、20 年期的债券来说, 如果收益率从 4% 上升到 6%, 基于久期的价格变化近似百分比的凸性调整值是:

$$112.38 \times (0.02)^2 \times 100 = 4.50$$

如果收益率从 4% 下降到 2%, 基于久期的价格变化近似百分比的凸性调整值也是 4.50%。

将基于久期的价格变化近似百分比加上凸性调整值，就可以修正久期的估计偏差。
例如，如果收益率从 4% 变到 6%，估算出的价格变化百分比将是：

$$\text{用久期估计的变化百分比} = -26.18\%$$

$$\text{凸性调整值} = +4.50\%$$

$$\text{价格变化百分比总估计值} = -21.68\%$$

实际价格变化百分比是 -22.20%。

如果收益率从 4% 下降 200 个基点，降至 2%，价格变化近似百分比应为：

$$\text{用久期估计的变化百分比} = +26.18\%$$

$$\text{凸性调整值} = +4.50\%$$

$$\text{价格变化百分比总估计值} = +30.68\%$$

实际价格变化百分比是 +31.29%。因此，把久期和凸性调整值结合起来，可以更好地估算债券价格变化对收益率大幅变化的敏感性。

利率行为

资产需求的决定因素 I

在对债券市场和货币市场进行供给—需求分析之前，我们必须理解资产需求数量的决定因素。一项资产就是具有价值储藏功能的财产。货币、债券、股票、艺术品、土地、住宅、农场设备与制造机器都属于资产。当个人面临是否购买并持有某一资产的决策，或要在不同资产之间进行选择的时候，他必须考虑下列因素：

- 财富 (wealth), 指个人拥有的全部资源, 包括所有资产。
 - 假定因素不变, 财富的增长会增加对资产的需求数量。
- 一种资产相对于其他替代性资产的预期回报率 (expected return, 即预期下个阶段的回报率)。
 - 在其他因素不变的情况下, 某一资产相对于其他替代性资产的预期回报率上升会增加对该资产的需求数量。
- 一种资产相对于其他替代性资产的风险 (risk, 回报的不确定性程度)。
 - 假定其他因素不变, 如果一种资产相对于其他替代性资产的风险增大, 则对该资产的需求数量会相应减少。
- 一种资产相对于其他替代性资产的流动性 (liquidity, 资产转化为现金的容易程度和速度)。
 - 假定其他因素不变, 一种资产相对于其他替代性资产的流动性越强, 就越受到人们的青睐, 对它的需求量也就越多。

债券市场的供给与需求

需求曲线

$$i = R^r = \frac{F - P}{P}$$

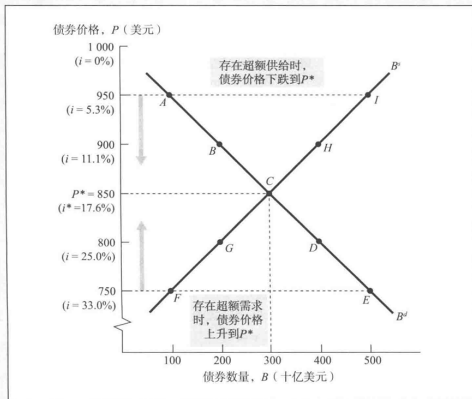
其中， i 为以到期收益率衡量的利率， R 为预期回报率， F 为贴现发行债券的面值， P 为贴现发行债券的最初购买价格。这个公式表明不同的债券价格对应着不同的利率。

债券市场的供给与需求

供给曲线和市场均衡

图 5—1 债券的供给与需求

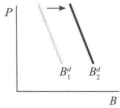
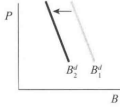
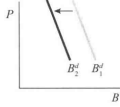
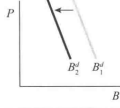
债券市场在需求曲线 B^d 与供给曲线 B^s 的交点 C 点达到均衡。均衡价格是 $P^* = 850$ 美元，均衡利率是 $i^* = 17.6\%$ 。

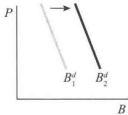


均衡利率的变动

债券需求曲线的位移

汇总表 5—2 使债券需求曲线发生位移的因素

变量	变量的变动	在任一给定债券价格 上需求量的变动	需求曲线的位移
财富	↑	↑	
预期利率	↑	↓	
预期通货膨胀率	↑	↓	
债券相对于其他资产的风险	↑	↓	

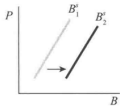
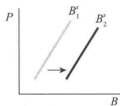
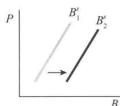
变量	变量的变动	在任一给定债券价格 上需求量的变动	需求曲线的位移
债券相对于其他资产的流动性	↑	↑	

注：表中仅讨论了各种变量上升时的情况。变量下降对需求量的影响方向与其余列中的情况正好相反。

均衡利率的变动

债券供给曲线的位移

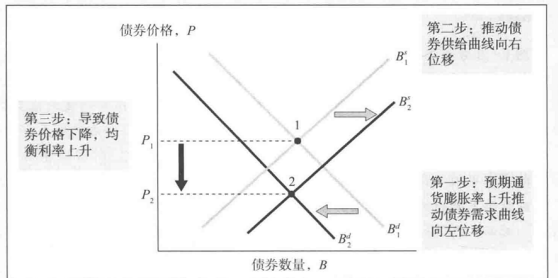
汇总表 5—3 使债券供给曲线发生位移的因素

变量	变量的变动	在任一给定债券价格 上供给量的变动	供给曲线的位移
投资的盈利性	↑	↑	
预期通货膨胀率	↑	↑	
政府赤字	↑	↑	

注：表中仅讨论了各种变量上升时的情况。变量下降对供给量的影响方向与表中其余列所示的情况正好相反。

预期通货膨胀率所引起的利率变化：费雪效应

图 5—4 预期通货膨胀率变动的影响



假定初始的预期通货膨胀率为 5%，初始供给曲线 B_1^s 与初始需求曲线 B_1^d 相交于点 1，这意味着均衡债券价格为 P_1 。如果预期通货膨胀率上升到 10%，那么，对应于任一给定的债券价格和利率，债券相对于实物资产的预期回报率下降。结果是，债券的需求量减少，需求曲线从 B_1^d 向左位移至 B_2^d 。预期通货膨胀率的变化同样引起了供给曲线的位移。对应于任一给定的债券价格和利率，真实借款成本的下降导致债券供给量增加，供给曲线从 B_1^s 向右位移至 B_2^s 。

当预期通货膨胀率变化引起需求曲线和供给曲线位移时，均衡状态从点 1 运动到 B_2^s 与 B_2^d 相交的点 2，均衡债券价格从 P_1 下降到 P_2 ，由于债券价格与利率是负向相关的，这意味着均衡利率的上升。应当注意的是，根据图 5-4，点 1 与点 2 所代表的均衡债券数量是相同的。然而，当预期通货膨胀率上升时，债券的均衡数量可能增加，也可能减少，这依赖于供给曲线与需求曲线位移的幅度。

我们的供求分析可以得到一个重要的结论：预期通货膨胀率的上升会引起利率的上升。经济学家欧文·费雪首先指出了预期通货膨胀率与利率之间的关联，为纪念他，这个结论被命名为费雪效应 (Fisher effect)。图 5—5 表明了 3 个月期国库券利率总是与预期通货膨胀率一起变动，证明了这个预测的准确性。因此，很多经济学家都认为，如果要达到降低利率的目的，就应当将通货膨胀率控制在较低的水平上。

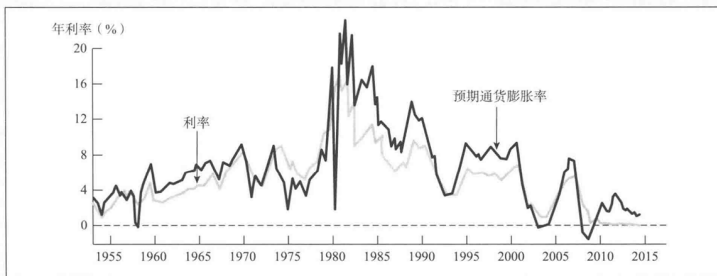


图 5—5 预期通货膨胀率与利率 (3 个月期国库券), 1953—2014 年

该图表明了 3 个月期国库券利率总是与预期通货膨胀率一起变动, 证明了费雪效应的正确性。

资料来源: Federal Reserve Bank of St. Louis, FRED database; <http://research.stlouisfed.org/fred2/>。预期通货膨胀率的计算方法来自 Frederic S. Mishkin, “The Real Interest Rate: An Empirical Investigation,” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 15 (1981): 151–200。这一方法将预期通货膨胀率视做历史利率、通货膨胀率与时间趋势的函数。

讨论：预期到政府的财政刺激将会大量增加，债券市场均衡将会如何变化？



流动性偏好理论：货币市场的供给与需求

- 由约翰 ● 梅纳德 ● 凯恩斯 (John Maynard Keynes) 开创的流动性偏好理论 (liquidity preference framework) 是确定均衡利率水平的另外一个模型。这一模型用货币的供给与需求而非债券的供给与需求来说明均衡利率的决定。虽然这两个理论看上去差异很大，但货币市场上的流动性偏好理论却是与债券市场上的供给—需求理论密切相关的。

凯恩斯分析的起点是他的假定，即人们用来储藏财富的资产只有两类：货币和债券。因此，经济体的财富总量就应当等于货币总量与债券总量之和，它等于债券供给量 (B^s) 加上货币供给量 (M^s)。人们不可能超越他们所能利用的资源购买更多的资产，因此，债券需求量 (B^d) 与货币需求量 (M^d) 应当等于经济体的财富总量。结论是，债券与货币的供给量必须等于债券与货币的需求量，即

$$B^s + M^s = B^d + M^d$$

将债券与货币各项分别列于等式的两端，这个等式就可以写成

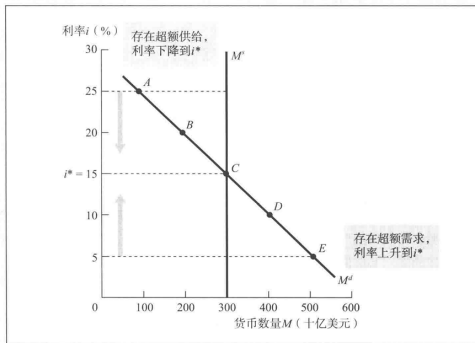
$$B^s - B^d = M^d - M^s$$

这表明，如果货币市场处于均衡，等式右端等于零，这意味着债券市场同样处于均衡。

- 因此，在探讨均衡利率的决定时，从债券的供求相等与从货币的供求相等入手是等价的。从这个意义上讲，分析货币市场的流动性偏好理论等价于对债券市场的供给—需求分析。但在实际中，这两种方法却有所不同，原因在于流动性偏好理论假定只有货币和债券两种资产，从而忽略了汽车和住宅等实物资产预期回报率对利率的影响。但在大多数情况下，两种理论所得到的预测结果是相同的。
- 凯恩斯使用的货币定义包括通货（没有利息）与支票账户存款（在他生活的年代里，这种存款利息很少或者没有利息），因此他假定货币的回报率为零。在凯恩斯的分析中，对于货币而言，唯一的替代性资产债券的预期回报率等于利率 3% 。随着利率的上升（假定所有其他条件不变），货币相对于债券的预期回报率下降，根据投资组合选择理论，这将导致货币的需求减少。
- 我们也可以利用机会成本（opportunity cost）的概念来理解货币需求与利率之间的负向相关关系。机会成本是指由于没有持有替代性资产（这里指债券）而丧失的利息收入（预期回报）。随着债券利率的上升，持有货币的机会成本增加，于是，货币的吸引力下降，货币需求减少。

图 5—8 货币市场的均衡

货币需求曲线 M^d 与货币供给曲线 M^s 在 C 点相交，此时货币市场达到均衡。均衡利率 $i^* = 15\%$ 。



货币需求曲线的位移

- 在凯恩斯的流动性偏好理论中，两个因素会引起货币需求曲线的位移，它们是收入与价格水平。
- 收入效应按照凯恩斯的观点，收入影响货币需求的原因有两个方面。第一，随着经济的扩张与收入的增加，财富增长，人们愿意持有更多的货币来储藏价值。第二，随着经济的扩张与收入的增加，人们愿意利用货币这一交易媒介进行更多的交易，于是他们就希望持有更多的货币。结论是，收入水平上升导致任一利率水平上的货币需求增加，推动需求曲线向右位移。
- 价格效应凯恩斯认为，人们关注的是按照不变价格来衡量的货币持有量，也就是说，按照所能购买的产品和服务的数量来衡量的货币量。当物价水平上升时，相同名义量的货币的价值降低，它所能购买的产品和服务数量减少了。为了将实际货币持有量恢复到原先的水平，人们希望持有更多名义量的货币。因此，物价水平的上升导致任一利率水平上的货币需求增加，推动需求曲线向右位移。

货币供给曲线的位移

- 中央银行增加货币供给会推动货币供给曲线向右位移。

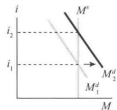
应用

收入、物价水平和货币供给引起的均衡利率变动

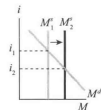
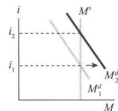
为了考察如何运用流动性偏好理论分析利率的运动，我们将再次考察几个有关货币政策影响利率的实例。在进入下面的应用之前，应当牢记“其余情况均相同”的假定：在考察某一变量变动的影响时，假定其他变量都不变。（为了辅助学习，汇总表 5—4 总结了货币需求和供给曲线的位移。）

汇总表 5—4 推动货币供求曲线位移的因素

变量	变量的变动	在任一给定利率水平上货币需求 (M^d) 或货币供给 (M^s) 的变化	利率变动
收入	↑	M^d ↑	↑



变量	变量的变动	在任一给定利率水平上货币需求 (M^d) 或货币供给 (M^s) 的变化	利率变动
价格水平	↑	$M^d \uparrow$	↑
货币供给	↑	$M^s \uparrow$	↓



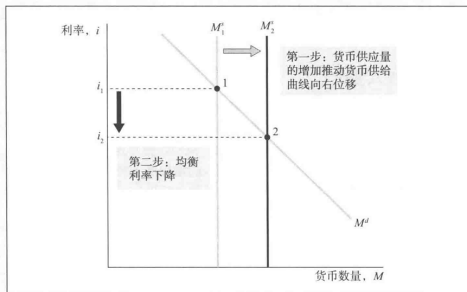
注：表中只列示了变量上升时的情况，变量下降时的情况与其余列反映的方向恰好相反。

收入变化

流动性偏好理论得到的结论是，在经济周期扩张阶段，假定其他经济变量不变，利率随着收入的增加而上升。

图 5—10 货币供给变动的影响

随着货币供给的增加，供给曲线从 M_1^s 位移至 M_2^s ，均衡利率从 i_1 下降到 i_2 。



物价水平的变动

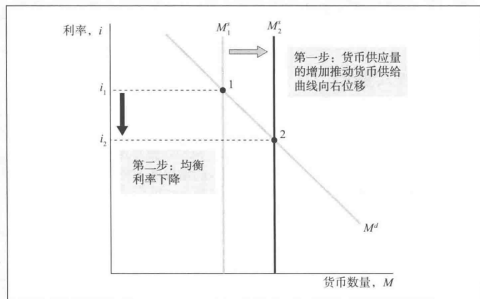
- 随着物价水平的上升，按照购买力衡量的货币价值降低。为了将实际购买力恢复到先前的水平，人们愿意持有更多名义量的货币。
- 在货币供给和其他经济变量不变的情况下，利率随着价格水平的上升而上升。

货币供给的变化

- 假定所有其他条件不变，利率会随着货币供给的增加而下降。

图 5—10 货币供给变动的影响

随着货币供给的增加，供给曲线从 M_1^s 位移至 M_2^s ，均衡利率从 i_1 下降到 i_2 。



宏观经济动态与公司债券市场

- 与资本市场的任何其他部门相比较而言，公司债券都更加深刻地受到宏观经济动态 (dynamics of the macro-economy) 的影响。利率、通货膨胀、收益率曲线形状及公司盈余在很大程度上都受经济周期驱动。这些变量及其波动性都在公司债券的收益、价格及其衍生品的决定中起着一定作用。

- 实际国内生产总值 (Real Gross Domestic Product) 代表了在给定时段，通常是一个季度，在某个国家所生产的货物及服务 (goods and services) 的总值。
 - 一般更看重上年同季度的同比增长率。
- 某个经济体能够产出的 GDP 的数量被称为“潜在 GDP”(potential GDP) 或者“潜在产出”(potential output), 它是一个理论测度，因为根据定义它是观察不到的。
 - 一个国家的潜在 GDP 由它的资源——劳动、实物资本 (physical capital) 及自然资源决定。如果实际的 GDP 低于其潜在量，那么这些资源中的一部分就没有被充分利用。进一步讲，它们是不充分就业的 (或者失业的，如果某人虽然愿意却完全没有在工作的话)，这对社会而言是个无谓损失 (deadweight loss)。实际 GDP 与潜在 GDP 之间的差异即是国内生产总值缺口 (GDP gap)。

为什么投资者，特别是那些涉及公司债券的投资者关心实际 GDP、潜在 GDP 及 GDP 缺口？

- GDP 的变动与公司收入高度相关。
 - GDP：产出；公司：生产这些产出的单位。
 - 更多收入意味着厂商强化了其偿付债务的能力，因而减少了违约风险（并且，结果是降低了公司债券的风险溢价）。
 - 然而，有一点要注意：债务偿付是来自净（net）收入而非总（gross）收入。一个厂商的收入将会消耗于生产成本（比如劳动）及固定成本（比如租金）上。
- 利率由对信用的供给与需求决定。反过来，信用的供给——通过家庭储蓄（household savings），信用的终极（国内的）供给者——及信用的需求——来自公司（及政府）——这二者均深受 GDP 水平及 GDP 增长（加上对这种增长的期望）的影响。
- 至少在短期（比如在一个经济周期内），通货膨胀率是 GDP 缺口规模的自然产物。对投入品（劳动力、原材料及资本品）的需求在很大程度上取决于实际 GDP，与此同时，投入品的供给反映了经济体的潜力。对供给与需求关系的分析有助于解释通货膨胀压力存在与否。

- 中央银行流动性的注入或收回在很大程度上是 GDP 缺口的函数。直接地，中央银行关注该国资源，特别是以 GDP 缺口来测度的劳动的不充分或过度利用（under or over utilization）。间接地，中央银行寻求避免通货膨胀（或通货紧缩）压力，这种压力有可能是 GDP 缺口的结果。并且因为中央银行的政策工具通过金融市场起作用，公司债券投资者注意而且确实试图预测中央银行的动作。

GDP 中的“产品”被出售给了该产品的需求者。我们把所有的需求者或者购买者划入称为“总需求部门 (aggregate demand sectors) 的部门中：

- 家庭 (households), 也被称为消费者, 家庭购买了所生产的货物及服务的大部分。如果没有消费者支出的伴随变动 (concomitant movements), 则很难经历显著的 GDP 扩张或者收缩。一部分消费甚至如它加总到实际 GDP 那样加总到潜在 GDP 之中。教育支出即为一例, 因为至少在理论上, 它对该人的生产力 (productive capabilities) 有所贡献。对任意项目 (discretionary items) 的消费者支出都对经济周期敏感, 因此也具有波动性, 与在必需项目上的支出有所不同。家庭支出中一个相对较小但是非常具有波动性的部分是住宅 (home\$) 支出——不是花在装饰品或者电器上的支出, 而是花在房子 (house) 本身上的支出。没有花费在货物和服务之上的家庭可支配收入 (disposable income) 的百分比被定义为 (个人) 储蓄率 (savings rate), 此处可支配收入以家庭收入扣除税收来测度。

- 企业 (businesses)。公司对原材料采购、工人工资和福利的支付，给建筑所有者的租金或者给贷款者的利息没有计入 GDP；这些已经由最终使用者为货物及服务所支付的价格所代表了。更确切地说，诸如花在工厂、设备及软件等上的资本支出 (capital ex-penditures) 却要包括在 GDP 内。很重要地，这些被称为“资本支出” (Capex) 的支出，除了要计入实际 GDP 外，还要计入该经济体的潜在 GDP，因为它们增进了每个工人生产产出的能力。描述这一点的另外一种方式是，资本支出在增加了 GDP 的同时改善了该国的“生产率”(productivity)，后者典型地定义为总产出 (aggregate output) 对劳动投入 (labor input) 的比率。与此独立地，存货 (inventories) 的堆积，无论是由于销售不理想还是由于有意的库存积累 (stock accumulation)，都会增加 GDP——毕竟，货物已经被生产出来了。后续库存的减少将会降低 GDP。资本支出及存货占实际 GDP 的比重相对较小。但是因为它们对于经济波动的敏感性，它们及住宅支出倾向于在 GDP 的“变动”(changes) 中占有较高份额。

- **政府 (governments)**。州及地方政府的支出是联邦政府支出的 2 倍。这两种单位 (units) 均对当期消费支出进行征税，它们还在资本项目 (例如学校、桥梁) 上进行支出，后者对这个国家的潜在 GDP 作出贡献。联邦政府增加支出 (或者减少征税) 以便提升总需求并刺激经济所采用的措施被称为“财政政策”(fiscal policy)。注意，当经济疲弱时，某些政府计划 (失业保险是其中最广为人知的) 不必新立法即开始生效。这些措施被称为“自动稳定器”(automatic stabilizers)。至关重要的是，不要把中央政府在货物及服务上的支出混同于中央银行在金融工具上的“支出”(货币政策)——前者进入“实体经济”(real economy)，后者曲线进入金融市场。我们将很快接触到这个关键区别。
- **外国人 (foreigners)**。上述支出的任何部分若采购自外国人——就是说，进口-其结果是总需求的减少，因此会降低 GDP。外国人对美国生产的货物及服务的任何采购都增加了总需求。对于给定水平的 GDP，商业资本支出对于家庭储蓄的任何出超部分都必须匹配于政府收入 (receipts) (主要是征税) 对于政府支出的一个出超部分。如果前者大于后者，贸易赤字 (进口大于出口) 将必然出现。如果政府支出超过其收入就更会如此。相反，如果家庭储蓄超过了资本支出，而且其差额小于政府支出与其征税的差额，则结果是贸易顺差。

总之，任何部门的需求增加都将诱发货物及服务的生产，从而导致 GDP 增长。生产者使用原材料，从其他厂商处采购原材料，这反过来促进了生产。厂商雇用劳动力，后者得到工资并消费。实物资本 (physical capital) 得到更充分的利用，刺激着资本库存量 (capital stock) 的增加，从而形成正向动态 (positive dynamic)。当资源被更充分利用时，GDP 缺口变窄，通货膨胀可能会出现上升的苗头，原材料供应紧张，劳动力市场坚挺，这两者共同推高加于生产成本上的压力。

不过，也有一些相反的理论观点。比如，只要基础的经济测度 (economic measures)——诸如家庭储蓄率、劳动力市场现实 (labor market realities) (包括生产率及失业保险福利) 保持不变，则实际 GDP 从而 GDP 缺口将不会呈现持续的变动。特别地，政府支出的增加将不会有长期效应，这是因为家庭在认识到它们终会被征税这一点之后会减少其支出。政府需求“挤出”(crowd out) 了私人部门需求。

- 更多的 GDP 意味着更多的销售或收入。如果公司进行盈利性生产，较高水平的销售可转化为更高的利润。利息及其他债务的偿付就更容易得到弥补，信用利差 (credit-spreads) 变窄 (稍后会更多论及)。
- 更高水平的经济活动会推动经济更接近它的潜在水平，这可能会大大提升生产成本。在某一时点上，通货膨胀不期而至。如果原材料及劳动力成本比产出价格上升得更快，公司利润率将被侵蚀（在极端情况下它们将呈现负值），从而降低债务偿付能力。投资者则会更加恐惧违约的可能性，从而公司债券的信用利差变高。

- 利率是由信用的供给与需求决定的。
- 从宏观经济的视角来看，之所以能够获得信用，是因为家庭的消费少于生产。
- 货物及服务的生产者是家庭（它们是它们自己的劳动力及该经济体的实物资本与自然资源的终极所有者）。
- 家庭没有消费的那个部分可供其他方面（企业、政府、外国人）消费。但是它们必须偿付本金和利息。
- 家庭则由于其而获得工资、利润及租金等形式的收入。
- 家庭并非全部花费掉它们的收入，家庭借出一部分给借款者（借款者采购由家庭所生产的“剩余”货物及服务），并期待后者连本带息偿付。家庭向借款者提供的信用越多，亦即它们储蓄得越多，借款者所需支付的利率就越低。
- 借款者需要的信用越多，用以诱使更多家庭进行储蓄的必要利率就越高。

- 中央银行在流动性创造方面拥有垄断力量，至少在短期是这样。流动性在上下文中指的是促成 (effecting) 交易的手段。每个经济体都需要流动性。的确，经济活动的步伐越大，就需要越多的流动性这种垄断赋予中央银行设置 (短期) 利率的能力。
- 中央银行观察到实际 GDP 正以显著低于其潜在水平的速度在增长。失业率已经高到了令人不爽甚至无法接受的程度 (通货膨胀不是此处要关注的问题)。中央银行介入市场：
 - 从债券经销商手里购买政府证券。流动性由此进入金融市场。
 - 经销商或者用这些现金购买其他债券，或者把它们存入银行。无论采用哪种方式，某些银行在当日结束时都会以更多现金终盘。
 - 如果那家银行不打算囤积这笔现金，这些现金将一路进入同业市场 (interbank market)。从而，同业利率 (中国的 shibor, 美国的“联邦基金利率” (federal funds rate)) 将会降低。
 - 由中央银行的任何资产购买 (包括提供贷款) 引起。该银行的资产华债表将扩张：债券或贷款在资产一侧 (asset side); 流通中现金在负债一侧 (liability side)。

<http://www.pbc.gov.cn/diaochatongjisi/resource/cms/2024/01/202401161602153970>

- 中央银行进行如上所述的流动性注入的用意就是为了降低利率，从而降低家庭及厂商的借款成本，因此诱导它们增加支出，以此增加 GDP。
 - 中央银行希望看到，银行间市场利率的降低将会渗透进金融市场，最终引起长期利率——借款及基于其上的支出决策——也同样下降。
 - 银行间市场利率降低敦促银行减少发行储蓄产品比如存单 (certificates of deposit, CDs)(银行主动降低存款利率)
 - 带动与存单 (CDs) 及其他银行储蓄相竞争的其他货币市场利率一起下降。
 - 现在的投资者沿着收益率曲线搜寻较高的利率 (投资者要更高的利率，只能去找期限更长的产品，对长期产品的需求增加)，推动长期利率降低。
 - 利率整体下降，投资者在寻求替代其资产组合的收益时会更愿意接受信用风险，公司债券的信用利差变窄。
- 相反的情形：
 - 假定经济已经在其潜在增长率之上增长，则中央银行将担心通货膨胀。
 - 为钳制总需求，中央银行想要使利率上升。
 - 它从其组合中出售资产，
 - 金融系统就留有较少的现金，或者流动性较低，引起同业利率被抬升。
 - 之后，货币市场利率紧接着是长期利率上升，从而抑制了那些对利率敏感的部门的支出。

中央银行不可能是利率的唯一决定因子。

- 在任何时点上对任何给定到期日都存在一个“均衡”利率。
- 当经济疲软（在我们的框架当中即是存在宽 GDP 缺口）时，均衡利率靠自己就会下降。
- 强劲的经济（一个较窄甚至是负的 GDP 缺口）推高了均衡实际利率。
- 如果中央银行试图把利率长期保持在非均衡水平，最终损害的是中央银行自身的权威性。
 - 假定中央银行将利率保持在过低的水平，也就是说，与本来可以让信用的供给与需求相等的均衡利率相比较而言。中央银行必须不断把流动性注入金融系统。其结果是通货膨胀。在极端情况下，人们拒绝持有它，这就会完全抹杀中央银行的权力。

- 根据流动性偏好理论，似乎一个明显的结论是：要降低利率，就必须追求更快的货币供给增长速度。
- 弗里德曼认为，流动性效应并不能反映全部事实，货币供给增加无法保证“其他所有条件不变”的假定，它对经济所产生的其他效应会导致利率上升。如果这些效应足够大，那么就可能出现利率随货币供给增加而上升的结果。
- 流动性偏好理论：
 - 收入效应：货币供给增加的收入效应是指利率随收入水平的提高而上升。
 - 价格效应：货币供给增加的价格效应是指利率随价格水平的上升而上升。
 - 通货膨胀预期效应：货币供给增加的通货膨胀预期效应是指利率随预期通货膨胀率的上升而上升。

提高货币供给增长速度能降低利率吗？

- 货币供给的增加可以立即降低均衡利率，因此加快货币供给增长速度的流动性效应可以立即发挥作用。
- 货币供给增加还可以提高物价和收入，同时还有通货膨胀预期效应，这些效应都会提高利率。

三种可能的情形：

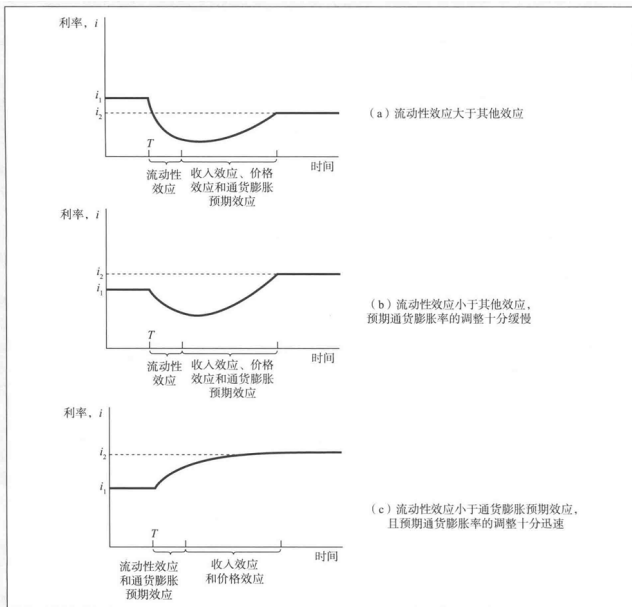


图 5—11 随着时间的推移，货币供给增长率上升的影响

哪种是现实？

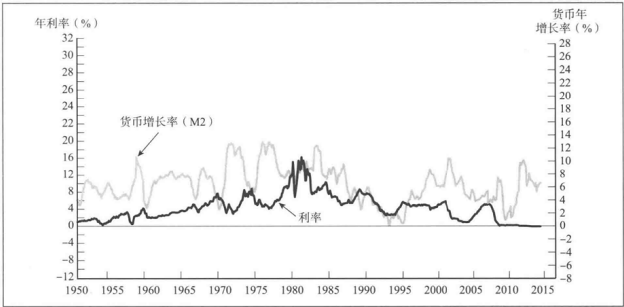
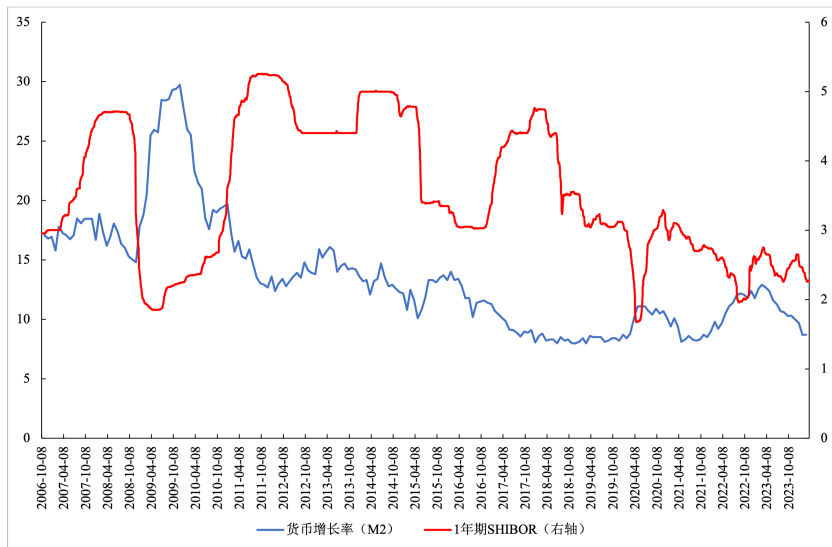


图 5—12 货币年增长率 (M2) 与利率 (3 个月期国库券), 1950—2014 年

20 世纪 60 年代中期, 利率随着货币供给增长率的提高而上升, 表明价格效应、收入效应和通货膨胀预期效应的作用超过了流动性效应。到 20 世纪 70 年代, 利率和货币供给增长速度都达到了第二次世界大战之后前所未有的高度。

资料来源: Federal Reserve Bank of St. Louis, FRED database; <http://research.stlouisfed.org/fred2/>.

中国的情况:



利率的风险结构和期限结构

- 为什么到期期限相同的债券有着不同的利率？利率的风险结构，由风险、流动性和所得税政策等因素共同决定。
- 债券的到期期限也会影响利率，到期期限不同的债券之间的利率联系被称为利率的期限结构。

违约风险

- 债券的**违约 (default)** 风险是指债券发行人无法或不愿履行其之前承诺的支付利息或债券到期时偿付面值的义务，这是影响债券利率的一个重要因素。
- **无违约风险债券 (default-free bonds)**
- 有违约风险的债券与无违约风险债券之间的利差被称为**风险溢价 (risk premium)**，它是指人们为持有风险债券所必须赚取的额外利息。
- 具有违约风险的债券的风险溢价总为正，且风险溢价随着违约风险的上升而增加。
- **信用评级机构 (credk-rating agencies)**
- 评级低于 Baa (或 BBB) 的债券具有较高的违约风险，被形象地称为**投机级债券**或**垃圾债券 (junk bond)**。由于这些债券的利率往往高于投资级债券，因此又被称为**高收益债券**。

- 发行人类型也会一定程度上意味着他们的违约风险高低：
 - 中央政府、地方政府
 - 央企、国企、城投、民企
 - 政策性银行、商业银行
 - 行业：房地产、金融、制造业、公用事业，等等

TABLE 1 Bond Ratings by Moody's, Standard and Poor's, and Fitch

Moody's	Rating Agency S&P	Fitch	Definitions
Aaa	AAA	AAA	Prime Maximum Safety
Aa1	AA+	AA+	High Grade High Quality
Aa2	AA	AA	
Aa3	AA-	AA-	
A1	A+	A+	Upper Medium Grade
A2	A	A	
A3	A-	A-	
Baa1	BBB+	BBB+	Lower Medium Grade
Baa2	BBB	BBB	
Baa3	BBB-	BBB-	
Ba1	BB+	BB+	Noninvestment Grade
Ba2	BB	BB	Speculative
Ba3	BB-	BB-	
B1	B+	B+	Highly Speculative
B2	B	B	
B3	B-	B-	
Caa1	CCC+	CCC	Substantial Risk
Caa2	CCC	—	In Poor Standing
Caa3	CCC-	—	
Ca	—	—	Extremely Speculative
C	—	—	May Be in Default
—	—	D	Default

流动性

- 一般，国债品种多，流动性强，十分容易出售。
- 而企业债流动性交叉，难以找到买主。
- 流动性差会使利差上升。

所得税因素

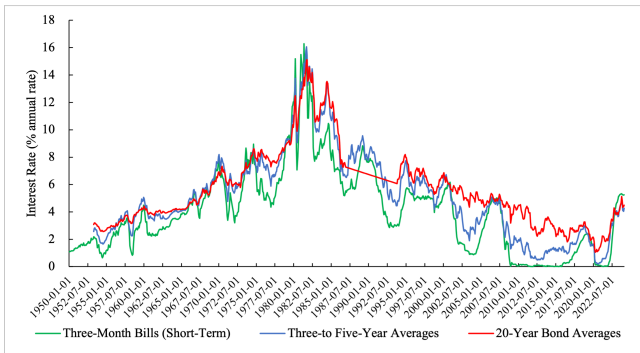
- 例如美国的一个特殊现象：市政债券，有违约风险，但大部分时间利率低于国债利率。
- 市政债券的利息支付可以免缴联邦所得税。

内含期权

- 例如，提前赎回条款，它给予发行人在规定到期日前部分或全部偿付债务的权利。当市场利率下降时，发行人可以通过发行利率较低的债券替换利率较高的债券而从中受益。提前赎回条款实际上允许发行人改变债券的到期日。提前赎回条款的执行对债券持有者来说是不利的，因为他们不得不以较低的利率对所得款项做再投资。
- 内含选择权既影响债券相对于国债的利差，也影响债券相对于其他可比的无内含选择权债券的利差。一般而言，市场参与者对含有有利于发行人的选择权（如提前赎回选择权）的债券所要求的相对于可比国债的利差，要比不含这种选择权的债券大得多。相反，市场参与者对含有有利于投资者的选择权（如回售选择权或转换选择权）的债券所要求的利差要小得多。事实上，包含有利于投资者的选择权的债券，其利率可能低于可比的国债利率。

- 债券的到期期限是影响其利率的另外一个因素：具有相同风险、流动性和税收特征的债券，由于距离到期日的时间不同，其利率也会有所差异。
- 将期限不同但风险、流动性和税收政策相同的债券的收益率连接成一条曲线，即得到收益率曲线（yield curve），收益率曲线可以分为向上倾斜的、平坦的和向下倾斜的（最后一种类型经常被称为翻转的收益率曲线，inverted yield curve）。
- 通常情况下，收益率曲线向上倾斜，表示长期利率高于短期利率；若收益率曲线是平坦的，则长期利率与短期利率相等；若收益率曲线是翻转的，则长期利率低于短期利率。

- 收益率曲线表示在任何特定时点上，债券收益与剩余到期期限之间的关系。有代表性的收益率曲线通常被应用于分析基准政府债券，从而使得曲线反映了“纯”利率因素并且不会与信用风险、流动性及其他因素混淆。
- 中债收益率曲线：<https://yield.chinabond.com.cn/>
- 收益率曲线的形状取决于：
 - 市场参与者对未来（短期）利率的预期；
 - 对债券覆盖时段内的通货膨胀的预期；
 - 对应曲线上特定时点（到期日）的供给及需求因素之间的相互作用，外加风险厌恶（risk aversion）；
 - 利率波动及债券凸性。



三个经典事实：

- 如图所示，到期期限不同的债券的利率随时间一起波动。
- 若短期利率较低，收益率曲线很可能向上倾斜；若短期利率较高，则收益率曲线很可能向下倾斜，即是翻转的形状。
- 收益率曲线几乎总是向上倾斜的。

- 目前，主要有三种理论解释利率的期限结构，即收益率曲线的形状所反映的到期期限不同的债券之间的利率联系，它们是预期理论、分割市场理论与流动性溢价理论。
- 预期理论可以很好地解释上述三个事实中的前两个，但对第三个事实却难以做出解释。
- 分割市场理论可以解释第三个事实，但对预期理论所能解释的前两个事实却无能为力。
- 由于每种理论都解释了另一种理论所无法解释的事实，因此，理解利率期限结构的最好方法就是结合这两个理论的特征，从而得到能够解释所有三个事实的流动性溢价理论。

如果流动性溢价理论能够解释全部事实，而且被广泛接受，那么我们为什么要花费时间讨论另外两个理论呢？原因在于，第一，前两个理论的观点是流动性溢价理论的基础；第二，通过讨论前两种理论，我们可以了解经济学家在发现预测结果与经验数据不一致时，如何对理论加以修正，这一点非常重要。

预期理论

- 期限结构的预期理论 (expectations theory) 提出了下面的常识性命题：长期债券的利率等于在其有效期内人们所预期的短期利率的平均值。
- 这一理论关键的假定是，债券投资者对于到期期限不同的债券没有特别的偏好，因此如果某债券的预期回报率低于到期期限不同的其他债券，投资者就不会持有这种债券。具有这种特点的债券被称为完全替代品。在实践中，这意味着如果期限不同的债券是完全替代品，这些债券的预期回报率必须相等。
- 长期债券的利率等于在其有效期内人们所预期的短期利率的平均值。例如，预期理论认为，如果人们预期未来 5 年的短期利率平均为 10%，那么到期期限为 5 年的债券的利率也应当为 10%。如果人们预期 5 年之后短期利率将继续上升，未来 20 年平均短期利率会达到 11%，那么 20 年期债券的利率将为 11%，超出 5 年期债券的利率。
- 我们可以看出，预期理论认为到期期限不同的债券具有不同的利率的原因在于，人们预期在未来不同的时间段内短期利率是不同的。

考虑下面两种投资策略:

- 购买 1 年期债券, 当其在 1 年后到期时, 再购买另外一个 1 年期债券。
- 购买 2 年期债券, 并持有至到期日。

由于两种投资策略的预期回报率一定相等, 因此 2 年期债券的利率必然等于两个 1 年期债券的利率。例如, 假定目前 1 年期债券的利率为 9%, 你预期下一年 1 年期债券的利率会达到 11%。如果你采取第一种策略, 即购买两个 1 年期债券, 这两年中, 每年的预期回报率平均为 $(9\% + 11\%) / 2 = 10\%$ 。只有当 2 年期债券的预期年回报率与此相等时, 你才既愿意持有 1 年期债券, 也愿意持有 2 年期债券, 因此 2 年期债券的利率必然等于 10%, 即两个 1 年期债券利率的平均值。

对于 1 元投资, 考虑持有一张 2 阶段债券或两张 1 阶段债券, 假定:

i_t = 1 阶段债券今天 (时间 t) 的利率;

i_{t+1}^e = 下一个阶段 (时间 $t+1$) 1 阶段债券的预期利率, 远期利率;

i_{2t} = 2 阶段债券今天 (时间 t) 的利率。

将 1 元投资于 2 阶段债券, 并持有至到期日, 其两个阶段的预期回报率为

$$(1 + i_{2t})(1 + i_{2t}) - 1 = 1 + 2i_{2t} + (i_{2t})^2 - 1 = 2i_{2t} + (i_{2t})^2 \approx 2i_{2t}$$

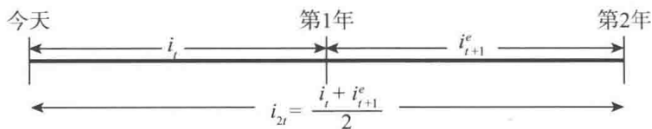
如果采用另外一种投资策略, 即购买两张 1 阶段的债券, 那么在两个阶段内, 1 美元的预期回报率为

$$(1 + i_t)(1 + i_{t+1}^e) - 1 = 1 + i_t + i_{t+1}^e + i_t(i_{t+1}^e) - 1 = i_t + i_{t+1}^e + i_t(i_{t+1}^e) \approx i_t + i_{t+1}^e$$

只有当两种投资策略的预期回报率相等时, 即 $2i_{2t} = i_t + i_{t+1}^e$ 时, 两种债券才都可能被持有。如果用 1 阶段利率表示为 i_{2t} , 可以得到

$$i_{2t} = \frac{i_t + i_{t+1}^e}{2}$$

2 阶段利率必须等于 2 个 1 阶段利率的平均值:



对预期理论的评论:

- 解释了利率的期限结构（由收益率曲线表示）在不同时期变动的原因。
 - 预期理论认为，收益率曲线向上倾斜说明市场预期未来的短期利率将上升。
 - 如果当前长期利率高于短期利率，说明未来短期利率预期的平均值高于当前的短期利率，但这种情况只有在预期未来短期利率将上升时才会发生。
 - 如果收益率曲线是翻转的（向下倾斜的），未来短期利率预期的平均值低于当前的短期利率，这说明市场预期未来短期利率的平均水平将下降。
 - 预期理论认为，只有收益率曲线是平坦的，才说明市场预期未来短期利率的平均水平将不会发生变化。

- 预期理论可以解释事实 1：随着时间的推移，到期期限不同的债券的利率有同向运动的趋势。从历史上看，短期利率具有如果它在今天上升，则未来将趋于更高的特征。因此，短期利率的上升会提高人们对未来短期利率的预期。由于长期利率是未来短期利率预期的平均值，短期利率的上升会提高长期利率，短期利率和长期利率出现了同向运动的趋势。
- 预期理论也可以解释事实 2：如果短期利率较低，收益率曲线倾向于向上倾斜；如果短期利率较高，收益率曲线通常是翻转的。一般说来，当短期利率较低时，人们通常预期未来短期利率将上升到其正常水平，未来短期利率预期的平均值高于当前的短期利率。因此，长期利率会大大高于当前的短期利率，收益率曲线向上倾斜。相反，如果短期利率较高，人们通常预期它会回落。由于未来短期利率预期的平均值低于当前的短期利率，长期利率会低于短期利率的水平，收益率曲线向下倾斜，呈现出翻转的形状。
- 但是无法解释事实 3，即收益率曲线通常是向上倾斜的。典型的向上倾斜的收益率曲线意味着预期未来短期利率将上升。事实上，未来短期利率可能上升，也可能下降，因此根据预期理论，典型的收益率曲线应当是平坦的，而非向上倾斜的。

分割市场理论

- 期限结构的分割市场理论 (segmented markets theory) 将到期期限不同的债券市场看做完全独立和相互分割的。到期期限不同的每种债券的利率取决于该债券的供给与需求, 具有其他到期期限的债券的预期回报率对此毫无影响。
- 分割市场理论关键性的假设条件是, 到期期限不同的债券根本无法相互替代, 因此, 持有某一到期期限的债券的预期回报率对于具有其他到期期限的债券的需求不产生任何影响。
- 投资者在心目中有特定的持有期, 如果他们能够实现债券的到期期限与意愿持有期的匹配, 就可以获取一定的回报率, 而不必承担风险。
例如: 持有期较短的人们更偏好短期债券; 相反, 如果你投资的目的是为了年幼的子女积攒大学学费, 你的意愿持有期就长得多, 因此, 你更愿意持有长期债券。

分割市场理论能够解释事实 3:

- 收益率曲线不同的形状可以由到期期限不同的债券的供求因素解释。如果风险厌恶型投资者的意愿持有期较短, 愿意持有利率风险较小的短期债券, 分割市场理论就可以说明典型的收益率曲线是向上倾斜的。
- 由于在通常情况下, 长期债券相对于短期债券的需求较少, 因此其价格较低, 利率较高, 所以典型的收益率曲线是向上倾斜的。

但是不能解释事实 1 和事实 2。

由于该理论将到期期限不同的债券市场看做是完全分割的, 那么某一到期期限债券的利率上升也就没有理由影响其他到期期限债券的利率。因此, 它无法解释到期期限不同的债券倾向于同向运动的原因。(事实 1)

由于该理论并不清楚短期利率水平的变化会对短期债券和长期债券的供求产生什么影响, 它也就无法解释为什么短期利率较低时, 收益率曲线倾向于向上倾斜, 而短期利率较高时, 收益率曲线又会变成翻转的形状。(事实 2)

流动性溢价理论与期限优先理论

- 期限结构的流动性溢价理论 (liquidity premium theory) 认为, 长期债券的利率应当等于两项之和, 第一项是长期债券到期之前预期短期利率的平均值; 第二项是随债券供求状况变动而变动的流动性溢价 (又称期限溢价)。
- 流动性溢价理论关键性的假设是, 到期期限不同的债券是可以相互替代的, 这意味着某一债券的预期回报率的确会影响其他到期期限债券的预期回报率, 但是, 该理论承认投资者对不同期限债券的偏好。换句话讲, 到期期限不同的债券可以相互替代, 但并非完全替代品。
- 投资者倾向于偏好期限较短的债券, 因为这些债券的利率风险相对较小。所以, 只有当正的流动性溢价存在时, 投资者才愿意持有期限较长的债券。

$$i_{nt} = \frac{i_t + i_{t+1}^e + i_{t+2}^e + \cdots i_{t+(n-1)}^e}{n} + l_{nt} \quad (6.3)$$

其中, l_{nt} 为 n 阶段债券在时间 t 的流动性 (期限) 溢价, 它总是为正, 并且随着债券到期期限 n 的延长而上升。

- l_{nt} 包括:
 - 流动性溢价
 - 对未来短期利率预测的风险溢价

期限优先理论

- 与流动性溢价理论密切相关的是期限优先理论 (preferred habitat theory), 它采取了较为间接的方法来修正预期理论, 但得到的结论是相同的。
- 它假定投资者对具有某种到期期限的债券有着特别的偏好, 即更愿意投资于这种期限的债券 (期限优先)。由于他们偏好某种债券, 因此只有当具有其他到期期限的债券的预期回报率足够高时, 他们才愿意购买。由于相对于长期债券, 风险厌恶型投资者一般更偏好短期债券, 因此, 只有当长期债券的预期回报率较高时, 他们才愿意持有长期债券。这种推理过程同样可以得到流动性溢价理论的公式, 其中, 期限溢价随着到期期限的延长而上升。

- 流动性溢价理论和期限优先理论可以解释不同到期期限债券的利率随着时间的推移有同向运动的趋势，即事实 1。短期利率上升意味着未来短期利率的平均值更高，因此公式 (6.3) 的第一项表明长期利率将随着短期利率的上升而上升。
- 流动性溢价理论和期限优先理论也可以解释，当短期利率较低时，收益率曲线倾向于特别陡峭的向上倾斜的形状，而当短期利率较高时，收益率曲线的形状是翻转。当短期利率较低时，投资者通常预期未来短期利率将回升到其正常水平，因此未来短期利率预期的平均值将高于当前的短期利率。
 - 加入正的流动性溢价，长期利率会大大高于当前的短期利率，收益率曲线呈现陡峭的向上倾斜的形状。
 - 相反，如果短期利率较高，投资者通常预期短期利率未来将回落。由于未来短期利率的平均值会远远低于当前的短期利率，虽然存在正的流动性溢价，但长期利率仍然会低于短期利率，收益率曲线向下倾斜。
- 流动性溢价理论和期限优先理论也可以解释事实 3，即典型的收益率曲线是向上倾斜的。由于投资者更偏好短期债券，因此流动性溢价随着债券到期期限的延长而上升。即使预期未来短期利率的平均值不变，长期利率也仍然高于短期利率，因此，典型的收益率曲线是向上倾斜的。
- 在流动性溢价为正的情况下，流动性溢价理论和期限优先理论如何解释偶然出现的翻转的收益率曲线呢？当预期未来短期利率的下降幅度非常大，以至于预期未来短期利率的平均值远远低于目前的短期利率水平时，即使将正的流动性溢价增加到这个平均值中，所得到的长期利率仍然低于目前的短期利率。

流动性溢价理论和期限优先理论一个特别吸引人的特点就是，它们使我们仅通过观察收益率曲线的斜度，就可以判断市场对未来短期利率的预测。

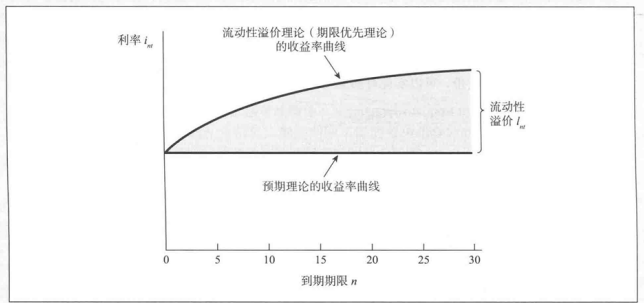


图 6—5 流动性溢价理论（期限优先理论）与预期理论的关系

由于流动性溢价总是为正，并且随着到期期限的延长而上升，因此根据流动性溢价理论和期限优先理论推导出的收益率曲线总是高于根据预期理论推导出的收益率曲线，且形状更为陡峭。为了分析的简便起见，预期理论的收益率曲线是在未来 1 年期利率不变的假定下推导出来的。

















